בס"ד

ד"ר.גרמי שיף

מבוא להסתברות, 88-162-01

תרגיל 5

1. מטילים שתי קוביות. מצא את ההתפלגויות של
   א. התוצאה הגדולה מבין השתים (המקסימום).
   ב. התוצאה הקטנה מבין השתים (המינימום).
   ג. מכפלת שתי התוצאות.

   בכל מקרה, בדוק שסכום ההסתברויות שווה ל-1.

2. מטילים מטבע n פעמים. אם X הוא ההפרש בין מספר הפעמים שמתקבל "ראש" ומספר הפעמים שמתקבל "זנב", מה הערכים האפשריים של X ? מצא את ההתפלגות של X, ובדוק שסכום ההסתברויות שווה ל-1.

3. משתנה מקרי X מקבל את הערכים $0,1,2,3,4$ בהסתברויות

$$\mathbf{P}(X=i)=\frac{k-i}{3k} \qquad i=0,1,2,3,4.$$

   מצא את הערך של הקבוע k, ואת התוחלת של X.

4. משתנה מקרי X מקבל את הערכים $0,1,2,\ldots$ בהסתברויות

$$\mathbf{P}(X=i)=\frac{c}{3^i} \qquad i=0,1,2,\ldots.$$

מצא את הערך של הקבוע c, את התוחלת של X, את ההסתברות ש-$X>5$, ואת ההסתברות ש-X לא זוגי.

5. ההסתברות שבמשפחה יש n ילדים היא αp^n, כאשר $n \geq 1$. מצא את הערך המקסימלי של הקבוע α. (רמז: מה הסתברות שלא יהיו כלל ילדים במשפחה?) אם ההסתברויות ללידת זכר או נקבה הן שוות, וה"תוצאות" של כל לידה אינן תלויות זו בזו, מצא את ההתפלגות של מספר הבנים במשפחה.

6. אם פונקציית ההצטברות של משתנה מקרי X היא

$$F(b)=\begin{cases}0 & b<0\\ \frac{1}{2} & 0\le b<1\\ \frac{2}{3} & 1\le b<2.5\\ 1 & b\ge 2.5\end{cases}$$

מצא את ההתפלגות של X.

7. כאשר מטילים מטבע מסויים, מתקבל "ראש" בהסתברות p ו"זנב" בהסתברות $1-p$.
   א. מטילים את המטבע עד שמקבלים "ראש". אם X הוא מספר הפעמים שהמטבע הוטל, מצא את פונקציית ההצטברות של X, ואת התוחלת של X.
   ב. מטילים את המטבע עד שמקבלים "ראש" פעמיים. אם X הוא מספר הפעמים שהמטבע הוטל, מצא את ההתפלגות של X, ובדוק שסכום ההסתברויות שווה ל-1.

נוסחת עזר:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n\alpha^n=\frac{\alpha}{(1-\alpha)^2}\ ,\qquad |\alpha|<1$$