בס"ד

מבוא להסתברות, 88-162-01 **ד"ר. ג'רמי שיף**

תרגיל 7

1. למשתנה מקרי X יש פונקציית צפיפות

$$f(x) = \begin{cases} C(1-x^2) & |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1 \end{cases}$$

א. מצא את הערך של C.
ב. מצא את פונקציית ההצטברות של X.
ג. מצא את התוחלת של X.

2. למשתנה מקרי X יש פונקציית צפיפות

$$f(x) = \begin{cases} Cxe^{-x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

מצא את $\mathbf{P}(X < 2)$, את $\mathbf{P}(1 < X < 3)$, ואת $\mathbf{P}(X > 3)$.

3. א. למשתנה המקרי X התפלגות אחידה על הקטע $(-1, 2)$. מצא את $\mathbf{P}(X > 2)$, את $\mathbf{P}(0 < X < 1)$ ואת-$\mathbf{P}(-2 < X < 0)$.
ב. למשתנה המקרי X התפלגות מערכית עם פרמטר $\lambda = \frac{1}{3}$. מצא את $\mathbf{P}(X > 2)$, את $\mathbf{P}(0 < X < 1)$ ואת-$\mathbf{P}(|X-3| > 1)$.

4. למשתנה המקרי X התפלגות אחידה על הקטע $(0, 5)$. מה היא ההסתברות ששורשי המשוואה הרבועית

$$4x^2 + 4xX + X + 2 = 0$$

הם ממשיים? מה היא ההסתברות שיהיה שורש ממשי גדול מ--1 ?

5. הזמן (בשעות) עד לתיקון בעיה ברשת החשמל הוא משתנה מקרי עם התפלגות מערכית עם פרמטר $\lambda = \frac{1}{2}$. מה היא ההסתברות שהבעיה תמשך יותר משעתיים? אם הבעיה עדיין קיימת אחרי 6 שעות, מה היא ההסתברות שהיא תמשך עוד שעתיים?

6. אלפי הקילומטרים שאפשר לנסוע באוטו מסוג מסויים עד שיש צורך להחליף את המנוע הוא משתנה מקרי עם התפלגות מערכית עם פרמטר $\lambda = \frac{1}{100}$. מה התוחלת של משתנה מקרי זה? מה היא ההסתברות לנסוע יותר $200,000$ ק"מ עד להחלפת המנוע? אם אני קונה אוטו מסוג זה שכבר נסע $100,000$ ק"מ, מה היא ההסתברות שיגיע ל-$200,000$ (הכל בלי החלפת מנוע)?

חזור על שאלות אלה אם הקילומטרג' של מנוע הוא משתנה מקרי עם פונקציית צפיפות

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 50 \\ \frac{C}{x^3} & x > 50 \end{cases}$$