בס"ד

ד"ר.גרמי שיף

<u>מבוא להסתברות, 88-162-01</u>

<u>תרגיל 9</u>

1. ארבע פעמים אני מוציא כדור מכד שבתוכו שלושה כדורים, אחד אדום, אחד שחור, ואחד לבן (אחרי כל הוצאה אני מחזיר את הכדור לכד). אם R הוא מספר הפעמים שאני מוציא את הכדור האדום ו-B הוא מספר הפעמים שאני מוציא את הכדור השחור, מצא את ההתפלגות של הזוג (R, B) ואת ההתפלגויות השוליות של R ו-B.

2. בסדרה של נסויי ברנולי (נסויים בלתי-תלויים שבכל אחד יש סכוי p להצלחה), X_1 הוא מספר הכשלונות לפני ההצלחה הראשונה, ו-X_2 הוא מספר הכשלונות בין ההצלחה הראשונה וההצלחה השנייה. מצא את התפלגות הזוג (X_1, X_2), ואת ההתפלגות של הסכום $X_1 + X_2$.

3. בנסויי מסויים יש שלוש תוצאות אפשריות, A, B, C, שקורות בהסתברויות p, q, r בהתאמה ($p + q + r = 1$). אם בסדרה של נסויים בלתי תלויים כאלה X הוא מספר הפעמים שקורת התוצאה A לפני התוצאה C, ו-Y הוא מספר הפעמים שקורת התוצאה B לפני התוצאה C, מצא את ההתפלגות של הזוג (X, Y), ואת ההתפלגויות השוליות של X ו-Y.

4. נבחר באקראי מספר X מבין המספרים $1, 2, 3, 4, 5$. אחר כך נבחר עוד מספר Y מבין מספרים אלה, אבל לא גדול מ-X (זאת אומרת, Y נבחר מהמספרים $1, \ldots, X$). מצא את ההתפלגות של הזוג (X, Y), ואת ההתפלגויות המותנות $\mathbf{P}(X = x | Y = y)$, עבור $y = 1, 2, 3, 4, 5$. האם X ו-Y בלתי תלויים?

5. מטילים קוביה פעמיים. תהא X התוצאה הגדולה מבין השתים ו-Y התוצאה הקטנה. מצא את ההתפלגויות המותנות $\mathbf{P}(X = x | Y = y)$, עבור $y = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. האם X ו-Y בלתי תלויים?

6. פונקציית הצפיפות המשותפת של הזוג (X, Y) היא

$$f(x, y) = c(y^2 - x^2)e^{-y}, \qquad -y \le x \le y, 0 < y < \infty$$

מצא את c ואת ההתפלגויות השוליות של X ו-Y.

7. פונקציית הצפיפות המשותפת של הזוג (X, Y) היא

$$f(x, y) = \frac{6}{7}\left(x^2 + \frac{xy}{2}\right), \qquad 0 < x < 1, 0 < y < 2$$

מצא את ההתפלגות השולית של X, ואת ההסתברויות $\mathbf{P}(X > Y)$ ו-$\mathbf{P}(Y > \frac{1}{2} \mid X < \frac{1}{2})$.