בס"ד

מבוא להסתברות וסטטיסטיקה 88-165

<u>תרגילי בית - התפלגויות רציפות מיוחדות</u>

1. (א) למשתנה המקרי X התפלגות אחידה בקטע $(-1,2)$. מצא את ההסתברויות $\mathbf{P}(X>2)$, $\mathbf{P}(0<X<1)$ ו-$\mathbf{P}(-2<X<0)$.

   (ב) למשתנה המקרי X התפלגות מערכית עם פרמטר λ. מצא את ההסתברויות $\mathbf{P}(X>2)$, $\mathbf{P}(0<X<1)$ ו-$\mathbf{P}(|X-3|<1)$.

2. למשתנה המקרי X התפלגות אחידה על הקטע $(0,5)$. מה היא ההסתברות ששורשי המשוואה הרבועית

$$4x^2+4xX+X+2=0$$

   הם ממשים? מה היא ההסתברות שלפחות שורש אחד הוא גדול מ-1 ?

3. הזמן, בשעות, עד לתיקון בעיה ברשת החשמל הוא משתנה מקרי בעל התפלגות מערכית עם פרמטר $\lambda=\frac{1}{2}$. מה היא ההסתברות שהבעייה תמשך יותר משעתיים? עם הבעייה עדיין קיימת אחרי שש שעות, מה היא ההסתברות שהיא תמשך לפחות עוד שעה?

4. אם Z הוא משתנה מקרי נורמלי סטנדרטי, מצא את c

   א. כך ש- $\mathbf{P}(Z<c)=0.95$

   ב. כך ש- $\mathbf{P}(Z\geq c)=0.01$

   ג. כך ש- $\mathbf{P}(0<Z<c)=0.4$

5. אם למשקלם של סטודנטים זכרים יש התפלגות נורמלית בעלת ממוצע 68.0 ק"ג וסטיית תקן 3.0 ק"ג, מה היא ההסתברות שמשקל של סטודנט יהיה

   א. גדול מ-72 ק"ג ?

   ב. קטן או שווה ל-64 ק"ג ?

   ג. בין 65 ו-71 ק"ג ?

   ד. שווה ל-68 ק"ג ?

   יש להניח שהמדידות רשומות עד לק"ג הקרוב ביותר.

6. אם $X\sim U(1,5)$, מצא את פונקציית ההצטברות ואת פונקציית הצפיפות של $Y=\frac{X}{5-X}$.

7. אם X,Y הם משתנים מקריים בלתי תלויים עם התפלגות $E(\lambda)$, מצא את התפלגותם של

   (א) $1-e^{-\lambda X}$

   (ב) $\min(X,Y)$

   (ג) $X-Y$

8. אם Z הוא משתנה מקרי נורמלי סטנדרטי, מצא את הצפיפות של $Y=|Z|$ ואת התוחלת ואת השונות שלה.

   אם X הוא משתנה מקרי נורמלי $N(\mu,\sigma)$, מצא את הצפיפות של $Y=|X|$ ואת התוחלת ואת השונות שלה.

9. אם X,Y הם שני משתנים מקריים נורמליים סטמדרטיים בלתי תלויים, מצא את התפלגותם של $\frac{X}{Y}$ ושל X^2+Y^2.

10. אם $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$ **ו-** $Y \sim \Gamma(w,1)$ **הוכח ש-**

$$P(X \geq w) = P(Y \leq \lambda)$$

איך עובדה זו נובעת מהקשר של התפלגות פאוסון וההתפלגות המעריכית?

בהצלחה!