בס"ד

ד"ר.גרמי שיף

אנליזה שימושית, 88-234-01
סמסטר ב, תשנ"ז : מועד ב

זמן המבחן: שעתיים.
מותר להשתמש בכל חומר עזר ובמחשב כיס.
ניקוד כל השאלות שווה.

1. א. פתור את המשוואות

$$y^2x^2y' = 1$$
$$y' = y^2x^2$$

האם יש למשוואות אלה פתרונות שהם מודגרות כאשר $x = 0$?

ב. פתור את המשוואות

$$y'' + y' + y = 0$$
$$y'' + y' + y = e^{3x} + 5$$

2. א. על ידי ההצבה $y = z\sqrt{x}$, פתור את המשוואה

$$x^2y'' - xy' + (\Omega^2x^2 + \tfrac{3}{4})y = 0$$

האם קיים פתרון לא-טריביאלי למשוואה זו עם תנאי שפה $y(0) = y(1) = 0$?

ב. על ידי ההצבה $y = z/\sqrt{x}$, פתור את המשוואה

$$x^2y'' + xy' + (\Omega^2x^2 - \tfrac{1}{4})y = 0$$

האם קיים פתרון לא-טריביאלי למשוואה זו עם תנאי שפה $y(0) = y(1) = 0$?

ג. פתור:

$$x^2y'' - xy' + (\Omega^2x^2 + \tfrac{3}{4})y = \sqrt{x}$$

3 א. מצא את טור הפוריה של הפונקציה

$$f(x) = x^2 + x \qquad -\pi < x < \pi$$

ב. צייר את הגרף של הסכום של הטור שמצאת בסעיף א. בקטע $-3\pi < x < 3\pi$.
ג. הוכח ש-

$$\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$$

4. הפונקציות $f_n(x)$ מוגדרות על ידי

$$f_n(x) = \begin{cases} 3n(1 - 16n^2x^2) & |x| < 1/4n \\ 0 & |x| > 1/4n \end{cases}$$

א. מצא את טרנספורם הפוריה $F_n(\omega)$ של $f_n(x)$.
ב. מצא את

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_n(x)dx$$

ג. מצא את

$$\lim_{n\to\infty} F_n(\omega)$$

ד. האם קיים הגבול

$$? \quad \lim_{n\to\infty} f_n(x)$$

בהצלחה!