

1. מצא את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

$$y' = y/x \quad (\text{א})$$

$$y' = -x/y \quad (\text{ב})$$

$$y' = (x+1)y \quad (\text{ג})$$

$$y' = xe^{x+y} \quad (\text{ד})$$

2. מצא את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

$$y' - y/x = 1 \quad (\text{א})$$

$$y' + xy = x^2 \quad (\text{ב})$$

$$y' + y/x = 6x^2 \quad (\text{ג})$$

3. מצא את הפתרונות של המשוואות הבאות המקיימים את התנאי $y(0) = 0$:

$$y' \cos x - y \sin x = 1 \quad (\text{א})$$

$$y' - 2y = e^{3x} \quad (\text{ב})$$

$$y' - 2y = e^{2x} \quad (\text{ג})$$

4. למשוואות בסעיפים 1, (ב) ו-2, (א)

(א) צייר גרף של כל הפתרונות

(ב) מצא את הערכים של x_0, y_0 כך שקיים פתרון אחד ויחיד, המוגדר בקטע שכולל את x_0

וכך ש- $y(x_0) = y_0$

5. מצא את הפתרון לבעיה

$$y' - 2y = e^{ax}, \quad y(0) = 0$$

לכל ערך של הפרמטר a . נכון או לא נכון:

(א) הפתרון רציף כפונקציה של a .

(ב) הפתרון גזיר כפונקציה של a .

6. אם חומר כימי מסויים מיוצר בקצב קבוע, אבל גם מתפרק בקצב שהוא פרופורציונלי

לכמות החומר הקיים, אזי כמות החומר הקיים $C(t)$, כפונקציה של זמן t , מקיימת את

המשוואה

$$\frac{dC}{dt} = a - bC$$

(כאשר a, b הם קבועים חיוביים).

(א) מצא את הפתרון של המשוואה, אם נתון שבזמן $t = 0$ כמות החומר הקיים הוא K .

(ב) הוכח שלכל K ,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(t) = \frac{a}{b}.$$

7. משערים שמספר העכברים בשדה מסויים, $m(t)$, גדל בקצב קבוע בגלל ילודה, אבל שיש גם מספר קבוע של עכברים הנהרגים כל יום על ידי טורפים. הסבר למה המשוואה הדפר-נציאלית

$$\frac{dm}{dt} = rm - s$$

הוא אולי מודל מתאים למצב זה, כאשר r, s הם קבועים. הוכח שאם $m(0) < \frac{s}{r}$ אזי אחרי זמן מסויים כל העכברים יוחסלו. הוכח שאם $m(0) > \frac{s}{r}$ אזי $\lim_{t \rightarrow \infty} m(t) = \infty$. למה זה מציע שהמודל אינו כל כך מתאים?

בהצלחה!