

1. מצא את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

$$\begin{aligned} 2y'' - 5y' + 2y &= 0 \\ y'' - 4y' + 5y &= 0 \\ 9y'' + 6y' + y &= 0 \\ y'' - 2y' + 2y &= 0 \\ 9y'' - 12y' + 4y &= 0 \end{aligned}$$

2. פתור את המשוואות הבאות עם תנאי ההתחלה הנתונים:

$$\begin{aligned} 9y'' - 3y' - 2y &= 0 & y(0) &= 3, y'(0) = 1 \\ y'' - 2\sqrt{5}y' + 5y &= 0 & y(0) &= 0, y'(0) = 3 \\ y'' - \sqrt{2}y' + y &= 0 & y(0) &= \sqrt{2}, y'(0) = 0 \end{aligned}$$

3. מצא את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

$$\begin{aligned} y'' - 6y' + 25y &= 2 \sin x + 3 \cos x \\ y'' - 6y' + 8y &= 3x^2 + 2x + 1 \\ y'' + 2y' &= 2 + e^{-x} \\ y'' - 9y' + 20y &= x^2 e^{4x} \end{aligned}$$

4. פתור את המשוואות הבאות עם תנאי ההתחלה הנתונים:

$$\begin{aligned} y'' - 4y' + 3y &= e^{5x} & y(0) &= 3, y'(0) = 9 \\ y'' - 8y' + 16y &= e^{4x} & y(0) &= 0, y'(0) = 1 \\ y'' + y &= \cos 3x & y\left(\frac{\pi}{2}\right) &= 4, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \\ 2y'' - y' &= 1 & y(0) &= 0, y'(0) = 1 \end{aligned}$$

5. מצא אופרטורים דפרנציאליים עם מקדמים קבועים המאפסים את הפונקציות הבאות:

$$\begin{aligned} x^2 e^{x+1} \\ 3e^{2x} \cos 2x \\ x(2x + 1) \sin x \\ 3 + 4x - 2e^{-2x} \end{aligned}$$

6. מצא את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

$$y^{(5)} - 10y''' + 9y' = 0$$

$$y''' - y'' - y' + y = 0$$

$$y^{(5)} - 6y^{(4)} + 9y''' = 0$$

$$y^{(4)} + 2y'' + y = 0$$

7. מצא פתרון פרטי של המשוואות הבאות:

$$y''' + 3y'' - y' - 3y = x^2 + 1$$

$$y''' + 3y'' - y' - 3y = e^{2x}$$

$$y''' + 3y'' - y' - 3y = \sin x$$

$$y''' + 3y'' - y' - 3y = xe^x$$

8. (א) מצא את הפתרון הכללי של המשוואה

$$y'' + \Omega^2 y = F \cos \Omega x$$

כאשר F, Ω הם קבועים, $\Omega > 0$.

(ב) מצא את הפתרון הכללי של המשוואה

$$y'' + 2ky' + \Omega^2 y = F \cos \Omega x$$

כאשר F, Ω הם קבועים, $\Omega > 0$, ו- k הוא מספר חיובי קטן.

(ג) הוכח שניתן לקבל את התשובה של סעיף א על ידי חישוב הגבול כאשר $k \rightarrow 0$ של התשובה של סעיף ב.

בהצלחה!