

1. פתור את המשוואות הבאות על ידי שיטת פרובניוס:

$$2x^2y'' - xy' + (x - 5)y = 0$$
$$y'' + cy' + \frac{3}{16x^2}y = 0$$

במשוואה השנייה c הוא קבוע שאינו אפס.

2. העזר בשיטת פרובניוס לפתור את המשוואה

$$x^2y'' + xy' + (x^2 + \nu^2)y = 0$$

כאשר ν הוא קבוע חיובי. יש למצוא את הפתרון הממשי הכללי.

3. למשוואות הבאות, העזר בשיטת פרובניוס למצוא פתרון אחד, ותאר את הצורה של הפתרון הכללי:

$$x^2y'' - xy' + (1 - x)y = 0$$
$$xy'' + (x - 6)y' - 3y = 0$$

(אין צורך למצוא באופן מפורש את הפתרון שני.)

4. למשוואת צ'ביצ'ף מסדר n

$$(1 - x^2)y'' - xy' + n^2y = 0$$

(n שלם לא-שלילי), יש פתרון שהוא פולינום מדרגה n , זוגי כאשר n הוא זוגי, ואי-זוגי כאשר n הוא אי-זוגי.

(א) מצא באופן מפורש את הפתרונות הפולינומיים כאשר $n = 2$ וכאשר $n = 3$.

(ב) על ידי הורדת סדר, מצא את הפתרון הכללי של המשוואה בשני מקרים אלה.

(ג) האם צורות הפתרונות האלה הן עקביות עם תורת פרובניוס?

5. מצא ומיין את כל הנקודות הסינגולריות, כולל נקודות באינסוף, של המשוואות הבאות:

(א) משוואות הרמיט:

$$y'' - 2xy' + \lambda y = 0$$

(λ קבוע.)

(ב) המשוואה ההיפרגאומטרית

$$x(1 - x)y'' + [\gamma - x(1 + \alpha + \beta)]y' - \alpha\beta y = 0$$

(α, β, γ קבועים.)

בהצלחה!