

מבחן במשוואות דיפרנציאליות (88-240) סמסטר קיץ מועד א'

משך המבחן שעתיים וחצי. כל חומר עזר מותר בשימוש (כולל מחשבון).
ענו על 5 מ-7 השאלות הבאות. הקיפו את התשובה הסופית.

1. הוכיחו או הציגו דוגמה נגדית: יהו $y_1(x)$, $y_2(x)$ שני פתרונות בת"ל של המד"ר
 $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ בקטע (a, b) , אזי לא ייתכן כי שניהם מקבלים מקסימום
באותה נקודה $c \in (a, b)$.

2. טמפרטורת מכונת, T , פרופורציונית לאנרגיה שלה (עם מקדם פרופורציה c). מכונת
העומדת בשמש מקבלת אנרגיה מהשמש בקצב קבוע s (לשנייה). המכונת מאבדת
אנרגיה בקצב $a \cdot (T - T_e)$ כאשר T_e טמפרטורת הסביבה.

(א) כתבו את המשוואה עבור טמפרטורת המכונת.

(ב) פתרו את המשוואה ומצאו את הטמפרטורה כתלות בזמן $T(t)$.

(ג) מהי הטמפרטורה אחרי זמן רב $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t)$?

3. מצאו פתרון כללי: $y'' + y = 1/\cos(x)$.

4. פתרו $yy'' = 3 - (y')^2$.

5. פתרונה הכללי של המשוואה $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ הוא $y = c_1 \ln x + c_2 e^{-x}$
מהם $p(x)$ ו $q(x)$?

6. נתונה המערכת

$$x' = -4x + 2y + 2z$$

$$y' = -4y + 2x + 2z$$

$$z' = -4z + 2y + 2x$$

(כל הנגזרות הן לפי t).

(א) מצאו את הפתרונות.

(ב) נתון $x(0) = y(0) = z(0) = 2$ מהו $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$?

7. נתונה המשוואה: $(2y \sin y - 3x \sin y)dy + x \sin y dy = 0$

(א) מצאו פתרונות סינגולריים ורגולריים.

(ב) מהם כל פתרונות המשוואה עבור תנאי התחלה $y(1) = \pi$?

בהצלחה