

## משוואות דיפרנציאליות 88-240

### מבחן מועד א' סמסטר קיץ תשע"א

משך המבחן: שעתיים וחצי. כל חומר עזר מותר בשימוש (כולל מחשבון).  
 ענו על 5 מ-7 השאלות הבאות. סמנו בבירור על איזו שאלה אתם עונים, הסבירות את הדרך,  
 והקיפו תשובות סופיות.

1. נתונות שתי המד"ר הבאות

$$y'' + p_1(x)y' + q_1(x)y = 0$$

$$y'' + p_2(x)y' + q_2(x)y = 0$$

המד"ר אינן זהות (כלומר  $(p_1(x) \equiv p_2(x) \wedge q_1(x) \equiv q_2(x)) \equiv \neg$ ). נתונות שתי פונקציות בת"ל  $y_1(x), y_2(x)$ . הוכיחו: לא ייתכן כי שתי הפונקציות פותרות את שתי המשוואות.

2. בזמן  $t = 0$  רכב א מתחיל לנוע ממנוחה בנקודה  $x = x_0$  בתאוצה קבועה  $a$ . רכב ב' מתחיל ממנוחה בנקודה  $x = 0$  ותאוצתו פרופורציונית למרחק בין רכב א' לבינו (עם מקדם פרופורציה  $c > 0$ ).

(א) מהו המיקום של רכב א' כתלות בזמן?

(ב) מהו המרחק בין כלי הרכב כפונקציה של הזמן?

3. פתרו בטור  $y'' - 2xy' + cy = 0$  כאשר  $c$  קבוע כלשהו. מצאו נוסחת נסיגה עבור כל פתרון בלתי תלוי.

4. אם הפתרון הכללי של המשוואה  $y'' + y' \sin x + f(x) = 0$  הוא  $y = c_1 \cos x + c_2 g(x)$ , מהן  $f(x), g(x)$ ?

5. נתונה מערכת המשוואות (הנגזרות כולן לפי  $t$ )

$$x' = -3x + 2y + 2z$$

$$y' = -x - \frac{3}{2}y - \frac{3}{2}z$$

$$z' = -x - \frac{3}{2}y - \frac{3}{2}z$$

(א) מצאו פתרון כללי למערכת המשוואות.

(ב) נתון  $x(0) = 8, y(0) = 3, z(0) = 5$ . מהו  $\lim_{t \rightarrow \infty} (z(t) - y(t))$ ?

6. פתרו:  $x^2 y'' + 4xy' + 2y = \cos x$

7. פתרו:  $xyy' - x^2 \sin(y^2/x^2) - y^2 = 0$

**בהצלחה!**