

מבחן לדוגמה – כל שאלה היא 10 נקודות אלא אם כן צוין אחרת

הוכחות:

(1) הוכח כי הסידרה $y_0(x) = y_0; y_n(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(s, y_{n-1}(s)) ds, n = 1, 2, \dots$ מתכנסת סמידה

שווה כאשר מתקימים התנאים של משפט הקיום והיחידות. פרט בכל שלב באלו מן התנאים השתמשת

(2) הוכח כי פתרון משואה לינארית רב מימדית הוא: $y_0(x) = e^{A(x)} Q$ ופרט מהם התנאים על Q

(3) בשיטת FROBNIUS פרט את החישוב הכללי למציאת ערכי λ ולחישוב מקדמי הטור. הנח כי קיימים פתרונות של λ לא תלויים ובהפרש לא שלם

(4) הוכח שקילות בין פיתרון של בעיה חד מימדית מסדר n ובעיה n מימדית מסדר ראשון. הראה שקיום ויחידות פיתרון באחד מבטיח קיום ויחידות פתרון בשני.

משוואות

(1) פתור $y' + y/x = (xy)^2$

(2) פתור $xy'' - 6y' = 12x^5$

(3) מצא גורם אינטגרציה לביטוי הבא $3ydx + (x + y^2)dy$ ופתור את המשוואה

(4) מצא בסיס למרחב הפתרונות של $y' = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} y$ ופתור פתרון פרטי אם נתון $y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

(5) פתור באמצעות TL $y'' + 9y = \cos 3t, y(0) = 2, y'(0) = 5$

(6) פתור בשיטת Frobenius $4x^3 y'' - 2x^2 y' - (x + \beta)y = 0$