

מבחן מועד א במשוואות דיפרנציאליות רגילות – כל שאלה היא 10 נקודות אלא אם כן צוין אחרת

כל חומר עזר אסור בשימוש. משך מבחן שעתיים וחצי (לא יהיו הארכות)

הוכחות

$$(1) \text{ נתון גבול הסידרה } y_0(x) = y_0; \quad y_n(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(s, y_{n-1}(s)) ds, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$y(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(s, y(s)) ds, \quad x_0 - h \leq x \leq x_0 + h$$

ושהפתרון יחיד (15 נקודות)

$$(2) \text{ בהינתן ביטוי } Pdx + Qdy = 0, \text{ הוכח כי הביטוי מדויק אם ורק אם } \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}. \text{ מה תהיה צורת}$$

הפוטנציאל (הפיתרון הסתום של הפונקציה) במצב כזה

$$(3) \text{ הוכח כי בעית קושי לינארית רב מימדית מקיימת את תנאי משפט הקיום והיחידות (15 נקודות)}$$

משוואות

$$(1) \text{ חשב גורם אינטגרציה עבור } (y^3 - x)dx + y^2 dy \text{ והראה כי הביטוי המתקבל מדויק. מה הוא הפיתרון (הסתום) של המשוואה?}$$

$$(2) \text{ משוואת ברנולי. פתור: } y' + xy = 3xy^{1/3}$$

$$(3) \text{ מצא בסיס למרחב הפתרונות של } y' = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} y \text{ ופתור פתרוו פרטי אם נתון}$$

$$y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(4) \text{ פתור באמצעות TL } 3y'' + 11y - 4y = te^{-4t} \text{ מצא פתרון פרטי כלשהוא.}$$

$$(5) \text{ פתור בשיטת Frobenius } x^3 y''' + 2xy' - x^2 y = 0 \text{ (20 נקודות) חשב את הערכים של } \lambda \text{ במידה}$$

ויש צורך בנגזרות לפי λ אין צורך בגזירה מפורטת. רק כיתבו את הביטוי המתקבל כנגזרת של ביטוי אחר

$$(6) \text{ הבא את המשוואה הבאה (משוואת אוסילטור הרמוני) לצורה של משוואה רב מימדית מסדר}$$

$$\text{ראשון (5 נקודות): } m\theta'' + \delta\theta' + \frac{mg}{L}\sin(\theta) = A\sin(\omega t)$$

בהצלחה וקיץ נעים

יורם