

1. יהי  $X$  משתנה מקרי בעל פונקציית צפיפות

$$f(x) = c(1 - x^2), \quad 0 < x < 1.$$

מצא את  $c$ , את פונקציית ההצטברות, את התוחלת של  $X$ , ואת ההסתברות  $P(X \leq \frac{1}{2})$ . האם החציון של  $X$  גדול או קטן מ- $\frac{1}{2}$ ? (למתעניינים בלבד: הוכח שהחציון של  $X$  הוא  $2 \cos(\frac{4\pi}{9})$ ).

2. יהי  $X$  משתנה מקרי בעל פונקציית צפיפות

$$f(x) = \frac{c}{\sqrt{a^2 - x^2}}, \quad |x| < a,$$

כאשר  $a$  הוא פרמטר חיובי.

א. מצא את הקבוע  $c$ .

ב. מצא את פונקציית ההצטברות של  $X$ .

ג. חשב את ההסתברויות  $P(0 \leq X \leq a)$  ו- $P(|X| \leq \frac{a}{2})$ .

3. יהי  $X$  משתנה מקרי בעל פונקציית הצטברות

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq c \\ 1 - (\frac{c}{x})^a & x > c \end{cases}$$

כאשר  $a > 1$  ו- $c > 0$  הם פרמטרים חיוביים. מצא את פונקציית הצפיפות של  $X$ . מצא גם את התוחלת של  $X$  בהנחה ש- $a > 1$ . מה אם  $a < 1$ ?

4. יהי  $X$  משתנה מקרי בעל פונקציית הצטברות

$$F(x) = b + c \arctan(x/a) \quad x \in \mathbf{R}$$

כאשר  $a$  הוא פרמטר חיובי.

א. מצא את הקבועים  $b$  ו- $c$ .

ב. מצא את פונקציית הצפיפות של  $X$ .

ג. מצא את ההסתברות  $P(-a \leq X \leq a)$ .

(ההתפלגות הזאת נקראת "התפלגות קושי").

5. למשתנה המקרי  $X$  המוגדרת בשאלה 1. למעלה,

א. מה הוא התחום של ערכים של המשתנה המקרי  $Y = 1/(1 + X)$ ?

ב. מצא את הצפיפות של  $Y$ .

ג. על ידי התשובות לסעיפים הקודמים מצא את התוחלת של  $Y$ .

חזור על שאלה זו למקרה ש- $Y$  מוגדר על ידי  $Y = (X - \frac{1}{2})^2$ .