

1. בכד נמצאים ארבע כדורים, שניים מסומנים בספרה 1, אחד בספרה 2 והאחרון בספרה 3. מוציאים שני כדורים מן הכד. יהי X המספר הרשום על הראשון שהוצא, ו- Y המספר הרשום על השני. מצא את $E[X]$, $E[Y]$, $E[X + Y]$, $Var(X)$, $Var(Y)$, $Var(X + Y)$ כאשר ההוצאה נעשית (א) עם החזרה ו-(ב) בלי החזרה.

2. ההתפלגות המשותפת של הזוג (X, Y) ניתנת על ידי הטבלה

		X	
		0	1
Y	0	a	b
	1	c	d

כאשר a, b, c, d קבועים עם $a + b + c + d = 1$.

א. הוכח ש- X ו- Y בלתי תלויים אם ורק אם $ad - bc = 0$.

ב. חשב את $E[XY]$.

ג. הוכח ש- X ו- Y בלתי תלויים אם ורק אם $E[XY] = E[X]E[Y]$.

3. בכד נמצאים 3 כדורים שחורים ו-2 לבנים. מוציאים כדורים מן הכד בלי החזרות עד שיוצאים שני שחורים זה אחר זה או עד שנגמרו הכדורים. יהי B מספר הכדורים השחורים שהוצאו ו- W מספר הכדורים הלבנים. מצא את ההתפלגות המשותפת של הזוג (B, W) , ואת התוחלת של $B + W$, המספר הכולל של כדורים שהוצאו.

4. חברת אנטרנט מסויימת מספקת ללקוחותיה גישה למספר מאגרי מידע. זמן חיפוש במאגר נתון על ידי הנוסחה $T = N_1 N_2 / S$, כאשר N_1 הוא מספר המילים בשאילתא של הלקוח, N_2 הוא גודל המאגר בו הוא מחפש, ו- S מודד את מהירות המחשב בו נערך החיפוש. אם ל- N_1 יש התפלגות פאוסון עם פרמטר λ , ו- S, N_2 מתפלגים לפי הטבלאות

r	5	10	100		s	30	60
$P(N_2 = r)$	0.2	0.7	0.1		$P(S = s)$	0.9	0.1

מצא את התוחלת ואת השונות של T (א) בהנחה ש- S, N_2, N_1 כולם בלתי תלויים, ו-(ב) בהנחה שמחשבים המהירים של החברה (אלה עם $S = 60$) מוקדשים לחיפושים במאגרים הכי גדולים (אלה עם $N_2 = 100$).

5. בתרגילים להרצאה 4 חשבתם את ההתפלגות של סכום התוצאות בשלוש הטלות של קוביה תקינה. להתפלגות זו, חשב את התוחלת ואת השונות
 א. ישיר, על ידי שימוש בהתפלגות.
 ב. על ידי שימוש בכללים לתוחלת ושונות של סכום של משתנים מקריים.