בס"ד

כלים לאנליזה נומרית 88-276

תרגילים נוספים באלגברה לינארית

1. למטריצה

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 & -2 \\ -2 & 5 & -3 & -3 \\ 2 & -3 & 3 & 1 \\ -2 & -3 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

יש פירוק Choleski

$$A = L^T L \ , \qquad L = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

העזר בזה לחשב את הפתרון של $Ax = b$ כאשר

$$b = \begin{pmatrix} 10 \\ -15 \\ 11 \\ 5 \end{pmatrix}$$

אין להשתמש במחשב הכיס!

2. למטריצה

$$A = \begin{pmatrix} -0.808 & 0.914 & -1.380 \\ -1.828 & -0.405 & -0.513 \\ -0.060 & 0.056 & 0.912 \end{pmatrix}$$

יש פירוק QR

$$A = QR$$

כאשר

$$Q = \begin{pmatrix} -0.404 & 0.913 & -0.063 \\ -0.914 & -0.405 & -0.004 \\ -0.030 & 0.056 & 0.998 \end{pmatrix} \qquad R = \begin{pmatrix} 2.00 & 0.00 & 1.00 \\ 0 & 1.00 & -1.00 \\ 0 & 0 & 1.00 \end{pmatrix}$$

(Q, R ל-3 ספרות דיוק). העזר בזה לחשב את תפתרון של $Ax = b$ כאשר

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

אין להשתמש במחשב הכיס!

3. (א) אם

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} \end{pmatrix}$$

ו-v הוא ווקטור כל שהוא (ממימד 3), מה הוא הערך המקסימלי של

$$\frac{||Av||_\infty}{||v||_\infty} \quad ?$$

מה הוא הערך המקסימלי של

$$\frac{||Av||_2}{||v||_2} \quad ?$$

(ב) למטריצה

$$B = \begin{pmatrix} 3.33 & 3.86 & 4.31 \\ 7.54 & 9.91 & 14.2 \\ 0.244 & 0.288 & 0.855 \end{pmatrix}$$

יש פירוק לערכים סינגולריים $B = UDV^T$ כאשר

$$U = \begin{pmatrix} -0.330 & 0.911 & 0.246 \\ -0.943 & -0.306 & -0.131 \\ -0.0443 & -0.275 & 0.960 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 20.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0997 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} -0.410 & 0.651 & 0.639 \\ -0.531 & 0.399 & -0.748 \\ -0.741 & -0.646 & 0.181 \end{pmatrix}$$

(הכל ל-3 ספרות דיוק). בדוק שאם

$$v = \begin{pmatrix} -0.410 \\ -0.531 \\ -0.741 \end{pmatrix}$$

אזי $||Bv||_2/||v||_2$ קרוב ל-20. האם אפשר למצוא v כך ש- $||Bv||_2/||v||_2$ יותר גדול ?