בס"ד

כלים לאנליזה נומרית 88-276

תרגילים 6

1. ב-2 הבעיות הבאות, יש לפתור את הבעיה על ידי שימוש בשיטות אויילר, אויילר משופר ורונגה קוטה, איפה שבכל 3 השיטות יש להשתמש במגוון של בחירות של h, ולבדוק את התלות של הטעות על h:

   (א) מצא $y(5)$ כאשר

$$y'' + y = \cos 2t\ , \qquad y(0) = y'(0) = 0$$

   (ב) מצא $y(5)$ כאשר

$$y'' + ty = \cos 2t\ , \qquad y(0) = y'(0) = 0$$

2. צייר גרף של הפתרון $(x(t), y(t), z(t))$ של הבעייה

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 10(y-x) \\ 28x - y - xz \\ xy - \frac{8}{3}z \end{pmatrix}\ , \qquad \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \\ z(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

יש לצייר את הפתרון עבור t בין 0 ל-10. יש לבנות את הפתרון עם שיטת רונגה-קוטה עם h מספיק קטן כך שאם לוקחים h יותר קטן, לא ניתן להבחין בשינוי עם העין.

3. כאשר יורים כדור עם מהירות 200 מטר לשנייה בזווית θ מעל הקרקע, הגובה $z(t)$ של הכדור והמרחק $r(t)$ ממקורו מקיימים את המשוואות

$$r'' = -0.001 r' \sqrt{r'^2 + z'^2} \qquad z'' = -0.001 z' \sqrt{r'^2 + z'^2} - 9.8$$

$$r(0) = 0\ , \quad z(0) = 0\ , \quad r'(0) = 200\cos\theta\ , \quad z'(0) = 200 \sin\theta$$

כתוב תוכנה למצוא את הטווח של הכדור כפונקציה של θ (הטווח הוא הערך של $r(t)$ כאשר $z(t)$ חוזר ל-0 לפעם הראשונה). ניתן להשתמש או בשיטת רונגה-קוטה משלכם או באחד האלגוריתמים של Matlab.

4. הזרם $I(t)$ במעגל חשמלי מקיים את המשוואה

$$LI'' + RI' + \frac{1}{C} I = E(t)$$

כאשר $L = 0.032$, $R = 2\times 10^5$, $C = 4\times 10^{-4}$, ו- $E(t) = 10\,\mathrm{sgn}\,(\cos t)$. ($\mathrm{sgn}(x)$ שווה $+1$ אם $x > 0$, -1 אם $x < 0$, ו-0 אם $x = 0$.) באיזה h צריך להשתמש בשיטת Runge-Kutta בפתרון בעייה זו? באיזה אלגוריתמים ב- Matlab מומלץ להשתמש לפתור בעיה זו?