<u>שיטות נומריות 2</u>
<u>תרגיל 4: אופטימיזציה</u>

1. מצא, על ידי חיפוש יחס הזהב את המינימומים של הפונקציות הבאות על הקטע $[0,3]$. כל הפונקציות הן חד-מודליות.

$$x^4 - 14x^3 + 60x^2 - 70x$$

$$\tfrac{1}{2}x^2 - \sin x$$

$$x^2 + 4\cos x$$

יש למצוא את המינימומים לדיוק של 10^{-5}.

2. לפונקציה

$$f(x,y) = 100(y - x^2)^2 + (1 - x)^2$$

יש מינימום יחיד כאשר $x = y = 1$. הסבר איך ניתן למצוא את המינימום של פונקציה זו

(א) על ידי שיטת steepest descent

(ב) על ידי שיטת ניוטון

(ג) על ידי שיטת conjugate gradient (מספיק להסביר או את האופציה של Fletcher-Reeves או את האופציה של Polak-Ribiere).

ממש את כל השיטות ב-Matlab. (מומלץ כשלב ראשון לבנות פונקציה אשר ימצא מינימום של f כאשר מתחילים מנקודה (x_0, y_0) ועושים חיפוש חד-מימדי בכיוון (v, w).) בדוק את ההתכנסות השיטות עבור בחירות שונות של נקודה התחלתית ועבור דרישות שונות על הדיוק הנדרש במציאת המינימום.

3. לנתונים הבאים:

x_i	y_i
0	2.7372
0.2	1.8803
0.4	1.3893
0.6	0.9784
0.8	0.7036
1.0	0.5227
1.2	0.3879
1.4	0.3034
1.6	0.2383
1.8	0.1846
2.0	0.1466
2.2	0.1209
2.4	0.0945
2.6	0.0793
2.8	0.0636
3.0	0.0541

(א) מצא a, b כך ש- $y_i \approx ae^{-bx_i}$. (שים לב ש-$\ln y_i \approx \ln a - bx_i$!)

(ב) מצא a_1, b_1, a_2, b_2 כך ש- $y_i \approx a_1 e^{-b_1 x_i} + a_2 e^{-b_2 x_i}$.

יש להשתמש בשיטת ריבועים מזעריים. יש לבדוק אופציות שונות למתן משקלות לנקודות השונות, על הרקע שבנתונים y_i יש גם שגיאה יחסית וגם שגיאה מוחלטת. מומלץ לבדוק את ההשפעה על הפתרון של שינוי באחד (או יותר) מהנתונים. ניתן ליישם כל שיטה שתרצו לפתרון הבעיה, אבל יש גם לכלול הסבר של שיטת Gauss-Newton.