בס"ד

ד"ר ג'רמי שיף

שיטות נומריות במשוואות דפרנציאליות, 88-379

מועד ב', סמסטר ב', תשס"א

זמן המבחן: שעתיים.
מותר להשתמש בכל חומר עזר ובמחשב כיס.
עליך לענות על 3 מתוך 4 השאלות. ניקוד כל השאלות שווה.

1. כאשר משתמשים בשיטה Runge-Kutta לפתור את הבעייה

$$y' = x^2 + y^2 , \qquad y(0) = -1$$

מוצאים תוצאות כדלהלן:

$$\begin{array}{lll} \text{עם } h = 0.2: & y(2) \approx 4.148593 & y(2.2) \approx 25.8059 \\ \text{עם } h = 0.1: & y(2) \approx 4.156484 & y(2.2) \approx 34.7738 \\ \text{עם } h = 0.05: & y(2) \approx 4.157059 & y(2.2) \approx 40.4607 \end{array}$$

באיזה h היית ממליץ כדי למצוא את $y(2)$ ל-12 ספרות דיוק? באיזה h היית ממליץ כדי למצוא את $y(2.2)$ ל-6 ספרות דיוק?

2. הסבר את העקרונות של התאמת גודל הצעד (adaptive stepsize control) לשיטת Runge-Kutta. מה הם היתרונות של התאמת גודל הצעד על שימוש בגודל צעד קבוע?

3. א. מצא את הפתרון המדויק של הבעיה

$$y'' = x(1-x) , \qquad y(0) = y(1) = 0$$

ב. מצא את הקירוב שמקבלים ל-$y(1)$ כאשר מפעילים שיטת Euler עם גודל צעד $h = \frac{1}{4}$ לבעיה

$$y'' = x(1-x) , \qquad y(0) = 0, \ y'(0) = \alpha$$

איזה α יש לבחור כדי שהקירוב ל-$y(1)$ יתאפס? השווה עם התשובה לסעיף א.

4. א. מה הוא היתרון הראשי של שיטת SOR על שיטת Gauss-Seidel לפתרון משוואות דפרנציאליות חלקיות אליפטיות?

ב. איך ניתן למצוא את הערך הקריטי של הפרמטר ω בשיטת SOR?

בהצלחה!!