

# מבחן בקורס מתמטיקה פיננסית 1 (88-620)

## מועד א'

### אוניברסיטת בר אילן

משך המבחן: שלוש שעות  
אין להשתמש בחומר עזר כלשהו, מלבד מחשבון  
יש לענות על 4 שאלות בלבד  
ערך כל שאלה 25 נק'

### שאלה 1.

פרוייקט מסויים מחייב השקעה של 20,000 ש"ח, ונותן תזרים מזומנים חיובי קבוע בסוף כל שנה במשך חמש שנים.

- א. חשבו את התזרים השנתי הקבוע, בהנחה ששיעור התשואה הפנימי (שת"פ) הוא 20%.  
ב. חשבו את הערך הנוכחי הנקי (ענ"נ) של הפרוייקט בהנחת עלות הון של 15%.  
i. האם הפרוייקט כדאי לפי קריטריון השת"פ?  
ii. האם הפרוייקט כדאי לפי קריטריון הענ"נ?

### שאלה 2.

- א. כתוב את משפט שתי הקרנות! מה ההנחות הנדרשות לקיומו?  
ב. בשוק ישנם שלושה נכסים מסוכנים. נתונה תוחלת התשואה  $\bar{r} = \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix}$  ונתונה מטריצת

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 3.5 & 1.5 & 1 \\ 1.5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

- השוניות המשותפות  
i. מצא שתי קרנות נאמנות יעילות.  
ii. מהי תוחלת התשואה של שתי הקרנות שמצאת?

### שאלה 3.

- נתון שוק ובו שלושה נכסים בלבד. תוחלות שיעורי התשואה הן 10%, 20% ו 10%. נתונים שני תיקים השייכים לקבוצת התיקים בעלי שונות מינימלית (minimum variance set):  $w = (0.6, 0.2, 0.2)$  ו  $v = (0.8, -0.2, 0.4)$ . ידוע כי תיק השוק יעיל  
א. מהו הערך הגדול ביותר ומהו הערך הקטן ביותר עבור תוחלת שיעור התשואה של תיק השוק?  
ב. איך תשתנה תשובתך לסעיף א' אם נתון כי  $w$  הוא התיק בעל שונות מינימלית?

### שאלה 4.

- ג. צטטו את אקסיומת הרציפות ואקסיומת המונוטוניות של פון נוימן ומורגנשטרן.  
ד. הוכיחו כי אקסיומות אלו הן בלתי תלויות: לכל אקסיומה מצאו קבוצת פרסים יחס העדפות עליה שמקיים את האקסיומה ובו זמנית לא מקיים את השניה.

## שאלה 5.

א. הוכח את הגרסה הפשוטה של APT: אם התשואות  $r_i$  של  $n$  נכסים מוסברות ע"י  $m$  פקטורים אז יש קבועים  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m$  כך ש

$$\bar{r}_i = \lambda_0 + \sum_{j=1}^m b_{ij} \lambda_j$$

- ב. הסבר מדוע נוסחה זו תקיפה גם אם לא מניחים היעדר רעש (הגרסה הכללית של APT).
- ג. כיצד ניתן להשתמש בנוסחה זו לתמחור?

# בהצלחה!