

1. להלן נקודות מעקום התשואות לפי אתר ה-Treasury (באחוזים):

תאריך	חודש	3 ח'	6 ח'	שנה	שנתיים	3 ש'	5 ש'	7 ש'	10 ש'	20 ש'	30 ש'
30.10.15	0.01	0.08	0.23	0.34	0.75	1.05	1.52	1.88	2.16	2.57	2.93
30.10.05	3.77	3.98	4.26	4.31	4.40	4.41	4.45	4.49	4.57	4.84	

(א) חשב את שערי ה-forward לתקופה של שנה אחת, משנה לשנתיים ומשנתיים לשלוש שנים אחרי שני התאריכים שעבורם יש נתונים.

(ב) מצא קירובים סבירים לשערי ה-forward לכל תקופה של שנה אחת, משלוש שנים עד עשר שנים אחרי שני התאריכים שעבורם יש נתונים.

(ג) חשב את המחיר הסביר של אג"ח 10 שנים עם קופון שנתי 5% לפי כל קבוצת נתונים.

2. בטבלה להלן מופיעים נתונים של 3 אג"חים. מצא את שערי הריבית ה-spot לשנה אחת, שנתיים ושלוש שנים, שהם עקביים עם נתונים אלה.

אג"ח	תשלום אחרי שנה אחת	תשלום ארחי שנתיים	תשלום אחרי שלוש שנים	מחיר
A	5	5	105	110.02
B	8	8	108	118.67
C	57	7	57	116.39

מה ניתן לעשות אם מוסיפים מחירים של עוד כמה אג"חים, עם תשלומים באותם הימים?

3. לשני אג"חים על אותה חברה יש נתונים כדלהלן:

אג"ח ראשון: תאריך פדיון 15.11.2026, ערך נקוב 100, קופון שנתי 6.5%, מחיר 143.70.

אג"ח שני: תאריך פדיון 15.11.2027, ערך נקוב 100, קופון שנתי 6.125%, מחיר 141.70.

בהנחה ששערי הריבית לטווחים של כ-11 או 12 שנה הם זהים, מצא אותם.

אני מניח בתרגיל זה שתפתרו לפני 15.11.2015. למה המספרים אינם סבירים אחרי תאריך זה?

4. (מ-Luenberger) אם הפונקציה $s(t)$, $0 < t < \infty$, מתארת את עקום הריבית, כלומר הערך הנוכחי של יחידת כסף 1 שתתקבל בזמן t הוא $e^{-ts(t)}$, ו- $f(t_1, t_2)$ הוא שער הריבית ה-forward לתקופה בין t_1 ל- t_2 , מגיירים את הריבית הרגעית $r(t)$ בזמן t על ידי

$$r(t) = \lim_{t_1 \rightarrow t} f(t, t_1)$$

הוכח ש-

$$r(t) = s(t) + ts'(t)$$

וש-

$$s(t) = s(0) + \frac{1}{t} \int_0^t r(t') dt'$$

כמה כסף הייתי מקבל בזמן T אם בזמן 0 הייתי מפקיד יחידת כסף אחת לבנק שמשלם בכל זמן t את שער הריבית $r(t)$?

5. בהנחה שה- spot rates הם כדלהלן:

שנה	2 ש'	3 ש'	4 ש'	5 ש'
0.003	0.0075	0.01	0.0125	0.015

מצא את הערך הנוכחי ואת המשך של אג"ח חמש שנים עם ערך נקוב 1 וקופון שנתי C (יש לכתוב כפונקציה של C). הסבר במילים למה ניתן לדעת מראש (כלומר ללא צורך בשום חישוב) שהמשך היא פונקציה יורדת של C , ושעבור C גדול המשך הוא קצת מתחת ל-3. האם שני הדברים האלה הם נכונים? מצא C כך שהמשך הוא 4.5 שנים. בפועל קיימים אג"חים כאלה רק עם $C = 0.05$ ו- $C = 0.1$. לאיזה צירוף של שני אג"חים אלה יש ערך נוכחי 1 ומשך 4.5 שנים?

6. עם שערי הריבית ה-forward להלוואה לתקופת שנה, החל i שנים מעכשיו, הם

$$f_{i,i+1} = r + si$$

כאשר r, s הם קבועים, מצא את שער ה-spot להלוואה של N שנים, והסבר את התוצאה במילים. כתוב גם נוסחה לערך הנוכחי $P(r, s)$ של אג"ח בעל ערך נקוב F וקופון שנתי C ל- N שנים. (יש להשאיר כסכום, אין לנסות לחשב את הסכום!) כרגע $s = 0$. מצא קירוב לשינוי בערך האג"ח אם s משתנה קצת. (כלומר, מצא קירוב ל- $P(r, \epsilon) - P(r, 0)$.)

בהצלחה!

הכנה טובה להמשך: אם יש לי נתונים על תשואות יומיות של אוסף של מניות (לדוגמה) לתקופה של כמה שנים, איך ניתן להוציא את התשואה היומית הממוצעת של כל מניה ומניה? ואת סטיית התקן של התשואות של כל מניה ומניה? ואת ה-cov של התשואות של כל זוג של מניות? מהן ההנחות שלך? איך ניתן לתרגם לתשואה שנתית / סטיית תקן שנתי / cov שנתי?