

חלק מהשאלות נלקחו מהספר של Luenberger. עוד כמה נלקחו מרשימת שאלות שחיבר המתרגל בעבר יונה בנדלק.

1. התוחלת וסטיית התקן של התשואה של נכס A הן 10% ו-15% בהתאם. התוחלת וסטיית התקן של התשואה של נכס B הן 18% ו-30% בהתאם. מקדם המתאם בין התשואות הוא  $\rho = 0.1$

- (א) מצא את המשקלות  $\alpha$  של נכס A ו- $1 - \alpha$  של נכס B בתיק עם סטיית תקן מזערית.  
 (ב) מהו הערך של סטיית תקן זו?  
 (ג) מהי תוחלת התשואה של התיק הזה?

2. חבר שלך מתכוון להשקיע מיליון ש"ח בהפקת קונצרט שיתקיים שנה מהיום. החבר שלך סובר שיהיו לו הכנסות 3 מיליון ש"ח מהקונצרט, אלא אם כן ירד גשם, ואם ירד גשם יאבד את כל השקעתו. יש סיכוי 50% שירד גשם ביום הקונצרט. ניתן לרכוש ביטוח גשם בעלות שקל 1 ליחידת ביטוח. אם ירד גשם ביום האירוע מקבלים פיצוי 2 ש"ח לכל יחידת ביטוח, אם לא ירד מקבלים 0. ניתן לרכוש כל כמות של יחידות ביטוח. מהי התוחלת של התשואה של החבר שלך אם הוא קונה  $x$  יחידות של ביטוח? (העלות של ביטוח היא בנוסף להשקעה עצמה.) כמה יחידות יש לו לקנות כדי למזער את שונות התשואה שלו? מהו הערך המינימאלי של השונות ומהי תוחלת התשואה המקבילה?

3. קיימים רק שלושה נכסים עם סיכון, עם תוחלות של תשואה

$$\mu_1 = 0.4, \mu_2 = 0.8, \mu_3 = 0.8$$

מטריצת השונות המשותפת היא

$$\Omega = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- (א) מצא את התיק של שלושת הנכסים עם שונות מזערית (רמז: על ידי סימטריה  $w_1 = w_3$ ).  
 (ב) מצא עוד תיק יעיל של שלושת הנכסים.  
 (ג) אם שער הריבית חסר הסיכון הוא  $r_f = 0.2$  מצא את התיק היעיל שהנכסים עם סיכון.

4. בשוק יש  $n$  נכסים עם סיכון, ואין התאמה בין אף זוג. ניתן להשקיע בכל צירוף של נכסים (ניתן גם למכור בחסר). לכל הנכסים יש אותו תוחלת של תשואה,  $\mu$ , אבל השונויות שונות זו מזו. השונות של התשואה של נכס  $i$  הוא  $\sigma_i^2$ . תאר את הקבוצה האפשרית ואת הגבול היעיל על איור  $\mu, \sigma$ . מצא את נקודת השונות המזערית והוכח שהשונות בנקודה זו היא  $\sigma$  כאשר

$$\frac{1}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}$$

5. (א) מהו משפט שתי הקרנות? מהן ההנחות לקיומו?  
 (ב) מצא שתי קרנות יעילות במקרה של 3 נכסים עם סיכון, עם תוחלות ומטריצת השונות המשותפת

$$\mu = \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} \quad \Omega = \begin{pmatrix} 3.5 & 1.5 & 1 \\ 1.5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

(ג) מהן התוחלת של התשואות של הקרנות שמצאת? האם התשואות של הקרנות מותאמות?

6. קיימים שלושה נכסים עם סיכון, ללא התאמה, עם תוחלות של תשואות 7, 6, 11. לתשואות של כל נכס יש סטיית תקן 3. מצא את התיק היעיל עם תוחלת של תשואה  $\mu$ . מהי סטיית התקן של התשואה בתיק זה?

7. קיימים שלושה נכסים עם סיכון, עם תוחלות של תשואות ומטריצת השונות המשותפת

$$\mu = \begin{pmatrix} 0.15 \\ 0.1 \\ 0.12 \end{pmatrix} \quad \Omega = \begin{pmatrix} 2.5 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

שער הריבית חסר הסיכון הוא  $r_f = 0.06$ .

(א) מצא את התיק היעיל של הנכסים עם סיכון.

(ב) אם בונים תיק עם משקל  $\alpha$  בתיק היעיל של הנכסים עם סיכון ומשקל  $1 - \alpha$  בהשקעה ללא סיכון, מהי התוחלת וסטיית התקן של התשואה של התיק הכולל?

בהצלחה!