

חלק ראשון

בטבלה הבאה מופיעות תשואות שנתיות ל-11 מניות:

מניה	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
aapl	123.26	18.01	133.47	-56.91	146.90	53.07	25.56	32.71	7.64	40.03	9.01
adbe	17.84	11.26	3.92	-50.18	72.76	-16.31	-8.15	33.29	58.91	21.41	25.80
amat	5.44	3.85	-2.49	-41.61	39.98	2.73	-21.57	10.13	57.95	43.21	-23.07
cSCO	-11.39	59.64	-0.95	-39.79	46.87	-15.50	-9.74	11.45	16.75	27.31	0.92
intc	8.08	-17.27	33.88	-42.96	42.97	6.18	19.03	-11.38	30.24	43.29	-1.54
msft	-0.94	15.60	20.60	-44.10	59.47	-6.63	-4.55	6.09	43.69	27.24	19.78
nvda	55.18	102.46	37.88	-76.28	131.47	-17.56	-10.00	-11.00	33.20	27.28	60.17
ibm	-15.82	19.53	12.82	-20.39	58.09	14.03	27.27	5.97	-0.15	-12.20	-9.99
dox	4.76	40.91	-11.05	-46.94	55.99	-3.72	3.86	20.05	22.86	14.63	22.34
orel	-11.01	40.38	31.74	-21.48	39.20	28.41	-17.32	31.54	15.55	18.79	-12.07
amzn	6.46	-16.31	134.77	-44.65	162.32	33.81	-3.83	44.93	58.96	-22.18	114.21

(המספרים לשנת 2015 הם משבוע לפני סוף השנה, יש להתייחס אליהם כמו לשנה שלמה).
בטבלה הבאה מופיעות התשואות של מדד ה-S&P 500 והמחיר של נפט לאותן השנים.

נכס	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
S&P 500	4.91	15.79	5.49	-37.00	26.46	15.06	2.11	16.00	32.39	13.69	3.01
נפט	37.2	4.38	47.9	-55.3	81.2	19.84	10.70	-10.47	10.63	-39.27	-35.74

1. לכל מניה, מצא את תוחלת ואת שונות של התשואות. כמו כן, מצא את התוחלת ואת השונות של התשואות של שני הפקטורים.

2. הסבר איך ניתן לבנות שני פקטורים עם תוחלת 0, שונות 1, וללא התאמה, מתוך שני הפקטורים הנתונים.

3. בהנחת מודל עם פקטור אחד,

$$r_i = a_i + b_i f + e_i$$

בסימון של ההרצאות, כאשר הפקטור f הוא מדד S&P, מצא אומדנים לפרמטרים b_i . איזה אחוז של השונות של כל מניה מוסבר על ידי מודל זה?

4. חזור על סעיף 3 אבל עם מחיר הנפט כפקטור היחיד.

5. בהנחת מודל עם שני פקטורים,

$$r_i = a_i + b_{i1} f_1 + b_{i2} f_2 + e_i$$

בסימון של ההרצאות, מצא אומדנים לפרמטרים b_{ij} . איזה אחוז של השונות של כל מניה מוסבר על ידי מודל זה?

6. איך היית צריך לשנות את חישוב בסעיף 5 אם הפקטורים היו עם תוחלת 0, שונות 1 ולא מותאמים?

7. העזר בשיטת ריבועים מזעריים למצוא אומדנים ל- $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ כך ש-

$$a_i \approx \lambda_0 + b_{i1}(\bar{f}_1 + \lambda_1) + b_{i2}(\bar{f}_2 + \lambda_2)$$

8. האם ניתן לקבוע, מתוך הערכים של λ_1, λ_2 לאיזה משני הפקטורים השוק מייחס מחיר סיכון יותר גבוה? נכון או לא נכון - אם משתמשים בפקטורים עם תוחלת 0, שונות 1 ולא מותאמים, אזי המחיר של סיכון אינו תלוי על הפקטור.
9. בנה שני תיקים עם עלות 0 מ-3 המניות שיש להם האחוז הנמוך ביותר של שונות לא-סיסטמית (במודל עם שני פקטורים), עם התכונה שלפי המודל לתיק הראשון אין חשיפה לפקטור ה-S&P, ולתיק השני אין חשיפה לפקטור הנפט.

חלק שני (שאלה שמצאתי באנטרנט - עם שינויים קלים)

נתון מודל עם שני פקטורים לשלוש מניות כדלהלן. יש להניח שלפקטורים ולשגיאות יש תוחלת 0, שלשני הפקטורים יש שונות 0.01 ואינם מותאמים, ש- $\text{Var}(e_1) = 0.01, \text{Var}(e_2) = 0.04, \text{Var}(e_3) = 0.02$, ושהשגיאות אינן מותאמות לא זו עם זו ולא עם הפקטורים.

$$r_1 = 0.13 + 6f_1 + 4f_2 + e_1$$

$$r_2 = 0.15 + 2f_1 + 2f_2 + e_2$$

$$r_3 = 0.07 + 5f_1 - f_2 + e_3$$

1. מהן התוחלות של התשואות?
2. מצא את מטריצת השונויות והקן-ווריאנצים של התשואות.
3. מצא תיק אחד עם עלות 0, $b_1 = 1, b_2 = 0$, ועוד תיק עם עלות 0, $b_1 = 0, b_2 = 1$.
4. מצא את התוחלות של התשואות של התיקים שמצאת בסעיף הקודם, וגם את ערך הסיכון של הפקטור הראשון ושל הפקטור השני.
5. יש מניה רביעית עם תשואה

$$r_4 = 0.15 + f_1 + f_2$$

האם יש הזדמנות לארביטראז'?

בהצלחה!