

זמן הבוחן: 90 דקות.

מוותר להשתמש בכל חומר עזר, מודפס ואלקטרוני.

יש לענות על 2 מתוך 3 השאלות. ניקוד כל השאלות שווה.

יש לכתוב את התשובות שלך על השאלון (ניתן להשתמש בשני צדי הנייר)

יש לכלול את הקוד של התוכנות שלך, הסברים רלוונטיים, ותוצאות נומריות.

אם אפשר נא לשלוח לי תוכנות המחשב שלך בסוף הבוחן.

יש לעשות את הבוחן באופן עצמאי - כל קשר עם גורם אנושי אחר, בחדר או בחוץ, הוא אסור בהחלט. בהצלחה!

1. המחיר  $S(t)$  של נכס מקיים את המד"ס

$$dS = S \left( rdt + adW_1 + \frac{b dW_2}{1 + cS^2} \right)$$

כאשר  $r, a, b, c$  הם קבועים חיוביים ו-  $W_1, W_2$  הם תהליכי וינר בלתי תלויים. העזר ב-Matlab לעשות סימולציה של המחיר של אופציית call על נכס זה. כלומר, מצא אומדן ל

$$. E \left[ e^{-rT} \max(S(T) - K, 0) \right]$$

יש לקחת  $S(0) = 1, r = 0.1, a = 0.3, b = 0.3, T = 1, K = 1.1$  של  $c$  בין 0 ל-1 (צייר גרף!). אל תשכח לתת אומדנים לטעויות!

2. המחירים  $S_1(t), S_2(t)$  של שני נכסים מקיימים את המד"סים

$$\begin{aligned} dS_1 &= S_1(rdt + \sigma_{11}dW_1 + \sigma_{12}dW_2) \\ dS_2 &= S_2(rdt + \sigma_{21}dW_1 + \sigma_{22}dW_2) \end{aligned}$$

כאשר  $r = 0.1, \sigma_{11} = 0.3, \sigma_{12} = 0.2, \sigma_{21} = 0.1, \sigma_{22} = 0.4$  ו-  $S_1(0) = S_2(0) = 1$ . חוזה מסויים משלם את הערך הכולל של שני הנכסים  $S_1(T) + S_2(T)$  בזמן  $T = 1$  אם עד לזמן זה  $S_1(t)$  נשאר מעל המחסום  $B_1 = 0.9$  ו-  $S_2(t)$  נשאר מתחת למחסום  $B_2 = 1.1$ . (אחרת האופציה משלמת 0). מצא אומדן לערך הנוכחי של האופציה. אל תשכח לתת אומדן לטעות. מה אם  $\sigma_{21} = -0.1, \sigma_{12} = -0.4$ ? הסבר את השינוי בערך של האופציה, אם יש.

3. פתור את המד"ח

$$u_t = u_{xx} + (1 + \sin x) u_x, \quad 0 < x < 2\pi, \quad t > 0$$

עם תנאי שפה  $u(0, t) = u(2\pi, t) = 0$  ותנאי התחלה  $u(x, 0) = \sin x$ . יש לתאר את השינויים בפונקציה  $u(x, t)$  כאשר  $t$  גדל מ-0 עד 2. יש למצוא, ל-4 ספרות דיוק, את הערך הנמוך ביותר של  $t$  שעבורו  $u(x, t) \leq 0$  לכל  $x$ .