

זמן הבוחן: 90 דקות.
 מותר להשתמש בכל חומר עזר, מודפס ואלקטרוני.
 יש לענות על 2 מתוך 3 השאלות. ניקוד כל השאלות שווה.
 יש לכתוב את התשובות שלך על השאלון. ניתן להשתמש בשני צדי הנייר.
 בתשובה יש לכלול קטעי קוד רלוונטיים, הסברים על שיטת הפתרון, תוצאות נומריות וניתוחן.
 יש לעשות את הבוחן באופן עצמאי - כל קשר עם גורם אנושי אחר, בתדר או בחוץ, הוא אסור בהחלט.
 בהצלחה!

1. למד"ס

$$dX = X(X^2 - 4)dt + \sigma dW$$

כאשר $\sigma = 0.3$, מצא אומדנים להסתברות $P(X(1) > 0)$ ולתוחלת $E[X(1)]$

(א) בהנתן $X(0) = 1.5$

(ב) בהנתן $X(0) = 1.8$

יש לתת אומדנים של הטעויות הסטוכסטיות בסימולציות שלך!

2. המחיר $S(t)$ של מניה מקים את משוואת GBM

$$dS = S(rdt + \sigma dW)$$

כאשר $r = 0.02$ ויחידת הזמן הוא שנה. אופציית knock in put היא אופציה שמזכה לרוכש למכור את המניה בזמן $T = 1$ במחיר מימוש $K = S(0)$ אם, עד לזמן $T = 1$, המחיר של המניה ירד מתישהוא מתחת למחסום B (שהוא קטן מ- $S(0)$). מצא מחיר הוגן של אופציה כזו כפונקצייה של σ בהנתן

$$B = 0.8S(0) \quad (\text{א})$$

$$B = 0.7S(0) \quad (\text{ב})$$

יש להציג את התוצאות בצורת גרף, עם מספרים מפורשים לכמה ערכים של σ . מה גודל הטעויות בחישובים שלך?

3. פתור את הבעיה

$$u_t = u_{xx} + \alpha u_x, \quad -1 < x < 1, 0 < t < 1$$

כאשר $\alpha = 0.8$, עם תנאי שפה

$$u(-1, t) = -1, \quad u(1, t) = 1$$

ותנאי התחלה

$$u(x, 0) = \sin \frac{\pi x}{2}$$

יש לתת את התוצאות הבאות:

(א) את הערך של $u(0.5, 1)$, לשלוש ספרות דיוק.

(ב) גרף של $u(0, t)$ כפונקציה של t .

(ג) גרף של $u_x(-1, t)$ כפונקציה של t .