

1. העזר במטלב לייצר סדרה של שלמים חיוביים

$$(X_i)_{i=1}^{100000}$$

בין 0 ל-134455, על ידי הרקורסיה

$$X_{i+1} = 8121X_i + 28411, \text{ mod } 134456.$$

בדוק האם המספרים $X_i/134456$ מתפלגים אחיד בקטע $[0, 1]$ (מספיק לצייר הסטוגרמה). מצא, לכל j בין 1 ל-100, את מקדם המתאם ρ_j בין הסדרה $(X_i)_{i=1}^{99900}$ והסדרה $(X_i)_{i=1+j}^{99900+j}$. האם התוצאות מציעות שהמספרים שיצרת הם אכן אקראיים? מצא גם, עבור j בין 1 ל-100, את מקדם המתאם μ_j בין הסדרה $(X_i)_{i=1}^{98900}$ והסדרה $(X_i)_{i=1001+j}^{99900+j}$. מה קורה כאשר $j = 29$? (פקודות רלוונטיות ב-Matlab: cov, mod.)

2. כתוב פונקציות ב-Matlab המייצרות מספרים אקראיים נורמליים ממספרים אקראיים אחידים

(א) על ידי השיטה " $X = \sum_{i=1}^{12} U_i - 6$ " כאשר ה- U_i הם משתנים מקריים בלתי תלויים אחידים בקטע $[0, 1]$.

(ב) על ידי שיטת Box-Muller

(ג) על ידי השיפור של Marsaglia לשיטת Box-Muller

3. כתוב פונקציות ב-Matlab המייצרות מספרים אקראיים מההתפלגות

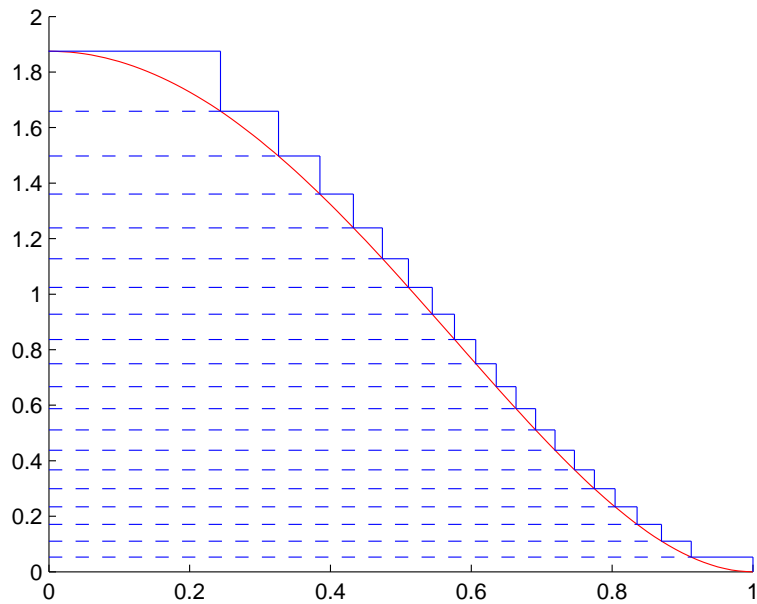
$$f(x) = \frac{15}{8}(1-x^2)^2 \quad 0 < x < 1$$

המשתמשות בשלושת השיטות הבאות:

(א) השיטה "אם $X \sim U(0, 1)$ אזי ל- $Y = F^{-1}(X)$ יש פונקציית הצטברות $F(y)$ " (ניתן להשתמש בפקודה fzero לפתור את המשוואה $X = F(Y)$).

(ב) שיטת הדחייה, כאשר משווים את פונקציית הצפיפות הרצויה עם התפלגות אחידה בקטע $(0, 1)$.

(ג) שיטת הדחייה, כאשר משווים את פונקציית הצפיפות הרצויה עם זיגורט בעל 20 קומות כמו שמופיעה באיור למטה. ניתן למצוא קובץ m עם קודקודי הזיגורט באתר.



4. העזר בסימולציות מונטה קרלו למצוא אומדנים לתוחלת של

(א) ההפרש (בערך מוחלט) בין סכום התוצאות ו-14 כאשר מטילים קוביה 4 פעמים

(ב) התוצאה הגדולה ביותר כאשר מטילים קוביה 5 פעמים

(ג) מספר הפעמים שמתקבלת התוצאה "6" כאשר מטילים קוביה 10 פעמים

(ד) מספר הפעמים שמופיעה התוצאה הנפוצה ביותר כאשר מטילים קוביה 20 פעם.

בכל מקרה יש לתת אומדן לטעות בתשובה שלך.

5. העזר בשיטת מונטה-קרלו למצוא קירוב לנפח של כדור 10 מימדי. כלומר, מצא קירוב ל-

$$\int \int \dots \int_D dx_1 dx_2 \dots dx_{10}$$

כאשר

$$D = \{(x_1, x_2, \dots, x_{10}) \mid x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 \leq 1\}$$

יש למצוא את התשובה ל-3 ספרות דיוק. (ניתן למצוא אל התשובה המדוייקת ב- Wikipedia במאמר בנושא n-sphere. מומלץ לבדוק את התשובה על ידי סימולצית מונטה קרלו גם במ-ימדים אחרים !)

בהצלחה!