

שאלון בחינה בקורס: אנליזה הרמונית (83-210-01)

בית הספר להנדסה

מרצה: פרופ' מרק אגרונובסקי

סמסטר א', מועד א' תשע"א: ד' באדר א' תשע"א (8.2.2011)

משך הבחינה: 150 דקות.

שאלות

1. א. נסח תנאי Dini לפונקציה $f \in E(\mathbb{R})$ בנקודה $x_0 \in \mathbb{R}$.

ב. נסח משפט Dirichlet על התכנסות נקודתית של טורי פוריה.

ג. מצא את הסכום של הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^x \cos x dx$

2. היה $f \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$ טור פוריה בקטע $[-\pi, \pi]$.

תן הגדרה של התכנסות של הטור פוריה

א. במידה שווה

ב. ב- $L^2(\mathbb{R})$

ג. טור פוריה של איזה פונקציה או פונקציות הוא לא מתכנס במידה שווה?

(1) $\frac{\sin x}{x}$, (2) $\frac{\sin^2 x}{x^2}$, (3) e^x , (4) e^{x^2} , (5) $|x|$

נמק את התשובה.

3. בנה טור פוריה של פונקציה $\sin x$ בקטע $[-1, 1]$ ובקטע $[0, \pi]$ לפי קוסינוסים.

4. א. מצא תנאים למספרים $a, b > 0$ כך שקיימת פתרון $f \in L^2(\mathbb{R})$ של המשוואה

$$f * e^{-\frac{x^2}{a^2}} = e^{-\frac{x^2}{b^2}}$$

ב. מצא f (תחת התנאים מסעיף א').

ג. א. כמה פעמים התמרת הפוריה $\hat{f}(w)$, כאשר $f(x) = \frac{\arctan x}{1+x^{2m}}$ היא

דיפרנציאבילית ברציפות?

ב. מצא $\hat{f}(w)$ כאשר $f(x) = -2xe^{-x^2}$; $f(x) = \frac{e^{2ix}}{x^2+1}$; $f(x) = x\chi_{(1,3)}$

ד. בעזרת שיוויון פרסבל, חשב $\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 dx$

בהצלחה!

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\chi_{(a,b)} = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \pi$$