

שאלון בחינה בקורס "אנליזה הרמונית לבי"ס להנדסה" (83-210)

מרצה: פרופ' מ. אגרנובסקי

סמסטר א', מועד ב': ט' בניסן התשס"ד (31.3.04)

משך הבחינה: שעתיים

השימוש בחומר עזר אסור.

מס' מחברת: _____

חלק א'

ענו על כל ארבע השאלות הבאות. בכולן יש לבחור את התשובה הנכונה בכל שאלה. אין צורך לנמק את התשובות.

שיטת הניקוד: כל תשובה נכונה - 7 נקודות

אין תשובה - 2 נקודות

תשובה שגויה - 0 נקודות

1. איזה נוסחה מגדרת מכפילה פנימית במרחב $C[-1,1]$ של כל פונקציות ממשיות

רציפות ב $[-1,1]$?

א. $(f, g) = \int_{-1}^1 f(x)g^2(x)dx$

ב. $(f, g) = \int_{-1}^1 f(x)g(x)x dx$

ג. $(f, g) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x)g(x)x^4 dx$

ד. $(f, g) = \int_{-1}^1 f(x)g(x)\sin x dx$

2. הגבול $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin nx$ במרחב של דיסטריציות ב- \mathbb{R}

א. לא קיים.

ב. קיים ושווה ל-0.

ג. שווה ל- ∞ .

ד. קיים ושווה ל- x .

3. הטור $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\pi}^{\pi} x e^{-inx} dx \right) e^{int}$

א. מתכנס במידה שווה בקטע $(-\pi, \pi)$, לפונקציה $f(t) = t$.

ב. מתכנס ל-0 בנקודות $t = \pm\pi$ ומתכנס לא במידה שווה בקטע $(-\pi, \pi)$.

ג. מתכנס ל- π בנקודה $t = \pi$, מתכנס ל- $-\pi$ בנקודה $t = -\pi$ אבל לא

מתכנס במידה שווה ב $(-\pi, \pi)$.

4. בחר פונקציה שהיא יכולה להיות התמרת פוריה של פונקציה אינגרבילית ב-
 $(-\infty, \infty)$:

$$\frac{\sin^2 w}{2 + \sin w} \quad (\text{א})$$

$$\frac{\sin(w-1)\sin(w+1)}{1-w^2} \quad (\text{ב})$$

$$\frac{w}{1+w^2} \sin \frac{1}{w-1} \quad (\text{ג})$$

$$\frac{w^4}{1+w^4} \quad (\text{ד})$$

1. _____ 2. _____ 3. _____ 4. _____

חלק ב'

ענו על ארבע מתוך חמש השאלות הבאות. נמקו את כל התשובות.
 כל שאלה: 18 נקודות.

5. נגדיר $f(x, y) = \int_{-\pi}^{\pi} t - (x \sin t + y \cos t)^2 dt$. מצא נקודת מינימום (x_0, y_0) של הפונקציה $f(x, y)$.

6. פתור המשוואה ל- $f \in L^1(\mathbb{R})$: $\int_{-\infty}^{\infty} f(y)f(x-y)dy = \frac{2\pi}{1+x^2}$.

7. בעזרת נוסחת פרסבל, חשב $\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{|3 - e^{ix}|^2}$.

8. תהיה $f(x) = \sum_{k>50} \frac{(-1)^{k+1}}{ke^k} \cos kx$. מצא $\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x-y) \frac{\sin 26y}{\sin \frac{y}{2}} dy$.

9. חשב הדיסטרציה $|x|$.