

ועדת המשמעות במועצה
נבחן שימצאו ברשות הוועדה
עזר אסורים או יתפסו בהעתקה
יענש בחוננה עד כדי החקתו
מהאויברסיטה.

שאלון בחינה בקורס "אנליזה הרמונית לבי"ס להנדסה" (83-210)

מרצה: פרופ' מ. אגרנובסקי

סמסטר א', מועד א': כ"א בשבט תשס"ז (9.2.07)

משך הבחינה: שעתיים וחצי

השימוש בחומר עזר אסור.

מס' מחברת: _____

חלק א'

ענו על כל שלוש השאלות הבאות. הקף בעיגול את התשובה הנכונה בכל שאלה.

שיטת הניקוד: תשובה נכונה - 15 נקודות

תשובה שגויה - 0 נקודות

1. היה H מרחב הילברט עם הבסיס הילברט $\{e_k\}_{k=1}^{\infty}$. אז קיים וקטור $x \in H$ כך

$$\text{שלכל } k=1,2,\dots \text{ מתקיים } \langle x, e_k \rangle = \frac{1}{(k^3 + k^2 + 1)^\gamma} \text{ אם ורק אם}$$

א. $\gamma > 1$ ב. $\gamma > \frac{1}{6}$ ג. $\gamma > \frac{1}{3}$ ד. $\gamma > 0$

2. היה k מספר מקסימלי כך ש $\hat{f} \in C^k(\mathbb{R})$ עבור $f(x) = x^2 e^{-\sqrt{|x|}}$ אז:

א. $k=1$ ב. $k=0$ ג. $k=\infty$ ד. $k=2$

חלק ב'

עליכם לענות ולנמק 3 מתוך 4 השאלות הבאות. כל שאלה שווה 25 נקודות.

3. א. בנה טור פוריה לפונקציה $f(x) = x$ ב $[-\pi, \pi]$.

ב. בעזרת שוויון פרסבל חשב $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$.

4. א. כתוב תנאי דיני לפונקציה f בנקודה x_0 .

ב. בדוק תנאי דיני לפונקציה $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x > 0 \\ 1, & x < 0 \end{cases}$.

ג. מצא סכום של טור פוריה של f בסעיף ב' בנקודה x_0 .

5. א. מצא פונקציה $f \in L^2(\mathbb{R})$ כך ש $\int_{-\infty}^{\infty} f(y) e^{\frac{(x-y)^2}{2a^2}} dy = e^{\frac{x^2}{2b^2}}$, $a, b > 0$.

ב. מה התנאי ל a, b כך שפתרון הוא קיים?

6. מצא התמרת פוריה $\hat{f}(\omega)$ עבור $f(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$.

בהצלחה!