

המחלקה ללימודי מתמטיקה
 ובחן שנתוני בדיקת הכנה
 ע"י אסטרטגיה זו יתבסס בועתה
 יענש במומחה ע"י כדי להחזקת
 מהאזיבהסכיות.

שאלון בחינה בקורס: אנליזה הרמונית (210-83)

מרצה: פרופ' מ. אגרובסקי

סמסטר א', מועד ~~א~~ (י' ניסן תשס"ח, 15 אפריל 2008)

משך המבחן - 150 דקות

עליכם לענות על 5 שאלות מתוך 6 :

1. נתונה פונקציה $f(x)$ רציפה למקטעין ב- $\mathbb{R}$ ו- $x_0 \in \mathbb{R}$.

(א) נסח תנאי ד'נ' בנקודה x_0

(ב) בדוק תנאי ד'נ' אם $(x > 0)f(x) = 2 + \sqrt[3]{x}$ ו- $(x \leq 0)f(x) = 0$, $x_0 = 0$

(ג) מה הסכום של טור פורייה ל- f בקטע $(-\pi, \pi)$ בנקודה 0 ?

2. (א) כמה פעמים גזירה $\hat{f}(\lambda)$ אם $|f(x)| \leq \frac{3}{2+x^6}$, $x \in \mathbb{R}$?

(ב) אם $\hat{f}(x) = \max(1 - \lambda^2, 0)$, $f \in L^1(\mathbb{R})$, מה הוא האינטגרל (מומנטום) $\int_{-\infty}^{\infty} x \|f(x)\| dx$?

3. (א) בנה טור פורייה ל- $f(x) = x$ בקטע $(-\pi, \pi)$.

(ב) מצא a, b, c כך ש- $\int_{-\pi}^{\pi} |x - a - b \cos x - c \sin 3x|^2 dx$ מינימלי.

(ג) בעזרת סעיף א) מצא $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$.

4. (א) מצא $-f \in L^1(\mathbb{R})$ הפיתרון של המשוואה האינטגרלית:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-t)^2}{2a^2}} f(t) dt = e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

(ב) באיזה תנאים ל- a ו- b הפיתרון הזה קיים?

5. איזה פונקציה יכולה להיות התמרת פורייה של פונקציה מ- $L^1(\mathbb{R})$?

$$g(\lambda) = \frac{\arctan \lambda}{2+2\lambda+\lambda^2} \quad (\gamma) \quad g(\lambda) = \frac{1}{1+\lambda^4 \sin \lambda} \quad (\delta) \quad g(\lambda) = \frac{\sin \lambda}{\lambda^2} \quad (\beta) \quad g(\lambda) = \frac{\lambda^4}{1+\lambda^4} \quad (\alpha)$$

6. נתונים: H - מרכב הילברט, $E = \{e_n\}_{n=1}^{\infty}$ - בסיס הילברט, $c_n = (n+n^2+n^4)^{\gamma}$.

מצא את כל הפרמטרים $\gamma \in \mathbb{R}$ כך שקיים וקטור $x \in H$ כך ש- $\hat{x}_n = c_n$, עבור

$\hat{x}_n$ - מקדמי פורייה של X לגבי E .