טופולוגיה אלגברית 1 – תרגיל 2

1. יהי X מ"ט כויץ ויהי Y מ"ט כלשהו.
   א. הראה שכל ההעתקות $Y \to X$ הן נול-הומוטופיות, וכולן הומוטופיות זו לזו.
   ב. הראה שכל ההעתקות $X \to Y$ הן נול-הומוטופיות, ואם Y קשיר מסילתית אז כולן הומוטופיות זו לזו.

2. א. תהי $f : X \to Y$. הראה ש f משרה העתקה מוגדרת היטב $\tilde{f}$ מקבוצת רכיבי הקשירות המסילתית של X לקבוצת רכיבי הקשירות המסילתית של Y.
   ב. הראה שאם f היא שקילות הומוטופית אז $\tilde{f}$ הנ"ל היא חח"ע ועל. (בפרט נקבל שאם $X \simeq Y$ אז X קשיר מסילתית אם"ם Y קשיר מסילתית.)
   ג. הראה שמרחב כויץ הוא קשיר מסילתית.

3. יהי $A \subseteq X$. הראה שהיחס $f \underset{A}{\sim} g$ על העתקות $X \to Y$ הוא יחס שקילות.

4. יהיו $A \subseteq X$ ו $B \subseteq Y$.
   הראה שאם $h, h' : X \to Y$ מקיימים $h \underset{A}{\sim} h'$, $k, k' : Y \to Z$ מקיימים $k \underset{B}{\sim} k'$, ו $h(A) \subseteq B$, אז מתקיים $k \circ h \underset{A}{\sim} k' \circ h'$.

5. הראה שנסג של מרחב כויץ הוא כויץ.