

טופולוגיה אלגברית 1 – תרגיל 5

1. הראה ש $S^1 \times \{a\} \subseteq S^1 \times S^1$ הוא נסג אך לא נסג עיוותי.

2. הראה ש $S^1 \times \partial D^2 \subseteq S^1 \times D^2$ איננו נסג.

3. יהי $\varphi: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ההומומורפיזם הנתון ע"י $\varphi(n) = 2n$. הראה שלא קיים הומומורפיזם $\psi: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ כך ש $\psi \circ \varphi = \text{Id}_{\mathbb{Z}}$.

4. תהי M טבעת מביוס ויהי ∂M השפה שלה. הראה ש ∂M איננו נסג של M .
(רמז: העזר בשאלה 3).

5. כזכור D^2 הוא עיגול היחידה, כלומר $D^2 = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\| \leq 1\}$, ∂D^2 מסמן את השפה של D^2 , כלומר $\partial D^2 = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\| = 1\}$, ו $\text{int } D^2$ מסמן את הפנים של D^2 כלומר $\text{int } D^2 = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\| < 1\}$.

יהיו $x \neq a \in D^2$. מצא את $\pi_1(D^2 - \{x\}, a)$ כאשר:

א. $x \in \partial D^2$

ב. $x \in \text{int } D^2$

6. הראה שאם $h: D^2 \rightarrow D^2$ הומומורפיזם, אז $h(\partial D^2) = \partial D^2$ ו $h(\text{int } D^2) = \text{int } D^2$.
(רמז: שאלה 5).