

## מבוא להסתברות וסטטיסטיקה 2, 88-162

פרופ' ע. וישנה  
סמסטר ב', מועד ב', תשס"ט

יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות.  
משך המבחן: שעתיים וחצי (לאחר הארכה).  
חומר מותר בשימוש: דפי עזר (מצורפים) וטבלאות התפלגות.

1. בשתי שקיות יש שני קילוגרם סוכר, קילוגרם בכל אחת. מעבירים כמות אקראית (בעלת התפלגות אחידה,  $X \sim U[0, 1]$ ) משקית אחת לשניה. נסמן ב- $Y$  את יחס המשקלים בין השקית הקלה לכבדה (כך שתמיד  $Y \leq 1$ ).

- (א) מצא את פונקציית הצפיפות  $f_Y(y)$  של  $Y$  (באיזה טווח היא מוגדרת?).  
(ב) מה התוחלת של  $Y$ ?

2. ידוע שמשקלם של גורי חתולים בני שבועיים מתפלג נורמלית עם סטיית תקן 10.

- (א) בהופעת קרקס הלוליין רוצה לאזן על שתי כפות מאזניים שני גורי חתולים, שנבחרו באקראי, כנגד שניים אחרים. מה התפלגות ההפרש בין משקלי הכפות?  
(ב) המשקל הממוצע של חמישה זוגות שהלוליין שקל לפני הופעה הוא 220 גרם. כתוב רווח סמך ברמת מובהקות 95% לתוחלת המשקל של גור בודד.

3. השגיאה במדידת אורך חבל מתפלגת נורמלית,  $N(0, \sigma^2)$ , עם סטיית תקן לא ידועה. במדגם של  $n$  מדידות, התקבלו התוצאות  $X_1, \dots, X_n$  שעבורן  $X_1 + \dots + X_n = \rho n$  ו- $X_1^2 + \dots + X_n^2 = \kappa n$ .

(א) בדוק את ההשערה  $H_0: \sigma = 3$  כנגד השערה דו-צדדית, אם  $n = 20$  והערכים שהתקבלו הם  $\rho = 0.1$  ו- $\kappa = 3.6$ . מהי רמת המובהקות המינימלית שעבורה דוחים את ההשערה?

(ב) מה יקרה לתשובה לסעיף א' (מבחינה איכותית) אם ההשערה האלטרנטיבית היא  $H_1: \sigma \geq 3$  במקום  $H_1: \sigma \neq 3$ ?

(ג) ואם יתקבלו אותם נתונים  $(\rho, \kappa)$  עבור  $n = 40$  במקום  $n = 20$ , בהשערה דו-צדדית?

4. למחלקת התמיכה הטכנית של המשטרה מגיעות שיחות בשני נושאים (תקלות תוכנה ותקלות חומרה) מארבעה מחוזות (צפון, דרום, מרכז ושפלה). ביום חמישי האחרון, מספר השיחות בנושא הראשון היה 18, 10, 14, 20 בהתאמה, ומספר השיחות בנושא השני היה 6, 16, 14, 14.

(א) כתוב את ההשערה וההשערה האלטרנטיבית לבדיקת הטענה שבכל המחוזות נתקלים בשני סוגי הבעיות באותה שכיחות. כתוב מהו המשתנה המקרי שאמצעותו אפשר לבדוק את ההשערה, ומה ההתפלגות שלו (לרבות דרגות חופש) אם היא נכונה.

(ב) בדוק את ההשערה ברמת מובהקות 90%.

(ג) לו היית מגלה שכל שיחה נרשמה במוקד פעמיים, בטעות, איך היה הדבר משפיע על המסקנות?

5. סדרת ניסויים (בלתי תלויים, עם הסתברות  $\frac{1}{2}$  להצלחה) נמשכת עד להשגת שתי הצלחות רצופות, או שלושה כשלונות רצופים.

(א) רשום תהליך מרקוב מתאים.

(ב) כמה ניסויים ייערכו, בתוחלת?

(ג) מה הסיכוי שהסדרה תופסק בשל הצלחות, ולא בשל כשלונות?

**בהצלחה.**