

מבוא להסתברות וסטטיסטיקה, 88-165

פרופ' ע. וישנה

מועד א', תשע"ג

יש לענות על כל השאלות. משקל השאלות יהיה 15, 15, 20, 25, 25, מן הטובה לפחות טובה.

משך המבחן: שעתיים וחצי. חומר מותר בשימוש: הכל למעט ספרים.

1. בטקס חלוקת תארים מקבל כל סטודנט תואר מהפקולטה למדעי החברה (בסיכוי $2/3$) או מהפקולטה למדעי הרוח (בסיכוי $1/3$). בכל פעם שניגש סטודנט לבמה, מעביר מנהל הטקס את התעודה שלו לדיקן הפקולטה. ברגע שמגיע סטודנט מן הפקולטה האחרת, הדיקן מנצל את ההפוגה ומחלק בזריזות את X התעודות שצבר. חשב את התוחלת ואת השונות של X (אתה רשאי גם לכתוב דברים נכונים על ההתפלגות של X).

2. היקפה של הכנרת הוא 60 ק"מ. כשבוחרים אתר שבו יוקם פארק שעשועים חדש, עושים זאת על-ידי נעיצת סיכה על-פי התפלגות אחידה לאורך ההיקף. מקימים שלושה פארקים (נקודתיים ובלתי תלויים). מה הסיכוי שהמרחק בין כל שניים מהם (לאורך הכביש ההיקפי) אינו עולה על 5 ק"מ?

3. נניח ש- $X_i \sim U[0, e]$ הם משתנים מקריים רציפים, בלתי תלויים, בעלי התפלגות אחידה בקטע שצויין (e הוא בסיס הלוגריתם הטבעי).

(א) תאר את ההתפלגות של $Y_i = \log(X_i)$ (הלוגריתם, כמובן, בבסיס e); רצוי על-ידי פונקציית הצפיפות f_{Y_i} .

(ב) חשב את התוחלת והשונות $\mathbf{E}(Y_i)$, $\mathbf{V}(Y_i)$.

(ג) מצא מספר a כך ש- $\Pr\left\{\prod_{i=1}^{100} X_i > a\right\} = 0.95$.

4. הציונים בבחינה מתפלגים נורמלית, $N(\mu, \sigma^2)$. חמישה תלמידים קיבלו את הציונים 86, 88, 90, 92, 94. כתוב רווח סמך לתוחלת μ , בהנחה שהשונות אינה ידועה. האם יש די ראיות כדי לדחות את ההשערה שהתוחלת היא 85, ברמת מובהקות של 1%?

5. בכל הטלה של מטבע (הוגן), מעתיקים את המספר הכתוב על הלוח הראשון (אם יש כזה) ללוח השני, ואז כותבים את הערך שהתקבל במטבע אל הלוח הראשון. (בתחילת המשחק שני הלוחות מחוקים).

(א) המשחק נעצר כאשר, בהטלת המטבע, מתקבל ערך שונה מן המספר הכתוב על הלוח השני. איך מתפלג מספר ההטלות עד לעצירת המשחק?

(ב) קובעים כללי עצירה חדשים: המשחק ייעצר רק כאשר המטבע מוטל על 0 בשעה שהלוח מציג 1. מה תוחלת מספר הטלות המטבע במקרה זה?

בהצלחה.