

# אלגברה לא קומוטטיבית 88-815

פרופ' ע. וישנה  
מבחן לדוגמא, תשע"ג

ענו על כל השאלות. משך הבחינה שעתיים וחצי, ללא חומר עזר. הניקוד לשאלות השונות יהיה 10, 15, 20, 25, 30, ממויין מן השאלה הטובה ביותר ומטה.

1. הגדר תת-מודול גדול והגדר את  $\text{soc}(M)$ . הוכח ש- $\text{soc}(M)$  שווה לחיתוך תת-המודולים הגדולים של  $M$ .

2. הוכח שכל חוג ארטיני ראשוני הוא חוג מטריצות מעל חוג עם חילוק (העזר רק במשפט הצפיפות ובלמה של שור, שאותם עליך לנסח).

3. תאר את האידיאלים הראשוניים והראשוניים-למחצה של החוג  $\mathbb{Z}[\epsilon \mid \epsilon^2 = 0]$ .

4. תן דוגמא לאלגברות פשוטות  $A, B$  מממד סופי מעל שדה  $F$ , כך ש- $A \otimes_F B$  אינה פשוטה (הצעה: קח  $(A = \mathbb{C}, F = \mathbb{R})$ ).

5. לחבורה  $D_6 = \langle \sigma, \tau \mid \sigma^6 = \tau^2 = 1, \tau\sigma\tau^{-1} = \sigma^{-1} \rangle$  יש 6 מחלקות צמידות:

$$\{1\}, \{\sigma^3\}, \{\sigma^{\pm 1}\}, \{\sigma^{\pm 2}\}, \langle \sigma^2 \rangle \tau, \langle \sigma^2 \rangle \sigma \tau.$$

נוסף לזה, לחבורת המנה שלה  $D_6 / \langle \sigma^3 \rangle \cong S_3$  יש טבלת הקרקטרים

1	1	1
1	-1	1
2	0	-1

. מצא את טבלת

הקרקטרים של  $D_6$ .

[נא להציג גרסאות חלקיות של לוח הקרקטרים בהתאם להתקדמות הנימוקים.]

**בהצלחה!**