

# תרגול במתמטיקה

פרופ' עוזי וישנה

יוני 2008

הוראה אינה מדע מדויק, אבל למידה מנסיונם של אחרים יכול לסייע לכם לבצע אותה טוב יותר. ההצעות המובאות כאן אינן מוחלטות. הרעיון הוא לגרום לכם לחשוב לא רק על מה שאתם מתרגלים, אלא גם על איך אתם עושים את זה.

## 1 דרישות קדם

עליכם להבין את הקורס. זו דרישה שונה מ"לדעת את החומר" או להיות מוכנים לקבלת ציון 100 במבחן בכל רגע נתון. המתרגל צריך להבין (ולא רק לזכור) את ההגדרות החשובות ואת המעטפת של כל משפט חשוב (מה מטרת המשפט, מה הרעיון החשוב ביותר בהוכחה, מדוע דרושות ההנחות), ולהכיר את המבנה הרעיוני של הקורס (מדוע לומדים את הנושאים בסדר זה דווקא).

## 2 פרטים טכניים

הגיעו בזמן לשעור, ושחררו את הסטודנטים בזמן. דברו בקול שאפשר יהיה לשמוע גם בשורות האחרונות. השתמשו בעטים שכוחם עדיין במותניהם ואפשר לראות ממרחק את הסימנים שהם משאירים על הלוח. כיתבו בכתב ברור וקריא (גם אם זה בא על-חשבון ההספק). כתבו מימין לשמאל ומלמעלה למטה, ולא במעגלים ובקפיצות אקראיות ממקום למקום. הניחו שהחומר הכתוב הוא שיופיע במחברות, ולכן צריכים להופיע על הלוח משפטים שלמים, עם כל מלות הקישור הנחוצות. התייחסו אל הסטודנטים בכבוד, וצפו ליחס דומה. אם הסטודנטים שואלים שאלות, ענו להם ישירות ובצורה ממוקדת. נצלו את השאלות כדי להבין היכן הם מתקשים. אם אינכם בטוחים בתשובה או שאינכם יודעים אותה, אמרו זאת, והבטיחו לבדוק את הדבר עד לשעור הבא. אל תאמרו דבר שאינכם יודעים - הסטודנטים מאמינים לכם. כאשר הסטודנטים מתלוננים על שיטת ההוראה שלכם, הסבירו את עצמכם בקיצור, אבל אל תהפכו את ההסבר לויכוח. אם התלונות הופכות למתקפה, שילחו אותם לדבר עם המרצה (ועדכנו אותו בהקדם על הילך הרוחות בכתה).

### 3 תיאום עם המרצה

ההרצאה והתרגול מתקדמים יד ביד מתחילת הקורס ועד סופו. לשם כך אתם צריכים לתאם עם המרצה את התרגילים שאתם עומדים להסביר. עקרונית, אתם אמורים למסור דף שאלות בכל שבוע, ולפתור ממנו שאלות בשבוע שלאחר-מכן. העבירו למרצה עותק של הדף, עוד לפני השעור, או (כשזה בלתי אפשרי) אחריו. שימרו על קשר עם מתרגלים אחרים של אותו קורס.

לקראת סוף הסמסטר, בררו מה אמורים הסטודנטים לדעת לקראת הבחינה, כדי שתוכלו לתכנן את התרגילים האחרונים בהתאם, ולתת שעורי השלמה, אם הפסדתם שעות תרגול במהלך הסמסטר. אם נשאלתם על מבנה המבחן, היקפו או רמת הקושי, הפנו את השואלים למרצה (הרי הוא זה שיכתוב את המבחן).

### 4 תיאום עם הסטודנטים

קבעו שעת קבלה שבועית והודיעו עליה לסטודנטים. דאגו שהם ידעו מתחילת הקורס באיזו מידה אתם מצפים לעמידה בזמני הגשת התרגילים. עליכם למצוא שיטה להודיע לסטודנטים על שינויים לא צפויים בהלך השבוע (לדוגמא: תיקון טעות בשאלה שהם צריכים לפתור; ביטול שאלה). אל תניחו שיש בין הסטודנטים תקשורת טלפתית - לא מספיק להודיע על דחיה בזמן ההגשה לשלושת הסטודנטים שנשארו לכמה דקות בסוף השעור.

בקבוצות קטנות, יתכן שתמצאו לאסוף כתובות email. בקבוצות גדולות יותר אין זה פתרון מעשי, וכדאי מאוד שיהיה לקורס אתר אינטרנט, שאתם תתחזקו. פתיחת אתר כזה דורשת כמה דקות עבודה: עליכם ליצור ספרייה בשם WWW תחת הספרייה הראשית בחשבון ה-Unix שלכם. צרו שם קובץ index.html, שיכיל את המידע המעודכן לקורסים שאתם מתרגלים. כתובת האתר במקרה כזה תהיה `http://www.math.biu.ac.il/~yourname/index.html` - הודיעו על כך לסטודנטים. כדי להעלות קובץ לאתר תצטרכו ליצור אותו בחשבון או להעלות אותו לשם (באמצעות תוכנת FTP); להעביר אותו אל הספרייה הנכונה; לשנות את ההרשאות (`chmod a+r filename`); וליצור קישור מקובץ ה-`html`, באמצעות שורה כדוגמת

```
<A HREF="exercise5.doc">Exercise number 5</A>
```

רצוי לבנות קובץ נפרד לכל קורס, ולקשר לאתר הקורס אצל המרצה (אם יש כזה) ולאתרים של מתרגלים אחרים. למתחילים, אפשר לעשות את צעדיכם הראשונים בעולם ה-HTML על-ידי העתקה. אתרו דף סביר של מתרגל אחר, והעתיקו אותו אליכם באמצעות `View→source`. אם אתם מתכוונים לשמור על מרבית מרכיבי העיצוב, מן הראוי לבקש את רשותו של בעל הקובץ המקורי.

אפשרות נוספת: אתר `high-learn` של האוניברסיטה, `http://hl2.biu.ac.il/`. את הגישה לקורס צריך לפתוח המרצה בפניה למרכז התמיכה הטכנית של האתר.

ועוד אחת: לאחרונה הקים ארז שיינר אתר מבוסס טכנולוגיית ויקי, בכתובת <http://www.math-wiki.com/>. אתם מוזמנים לנהל עליו את אתר הקורס, בעברית המאפשרת לכתוב גם סימנים מתמטיים בקלות ובנוחות.

## 5 הוראה

הסטודנטים באים לשעור התרגול כדי ללמוד את החומר מחדש, מזווית אחרת. אל תניחו שהם זוכרים את פרטי ההגדרות והמשפטים. נסו להמנע מחזרה על דברים שנלמדו בהרצאה. הרבו בדוגמאות.

אל תבזבזו זמן על תרגילים טריוויאליים; גם את הרעיונות הבסיסיים ביותר אפשר ללמד באמצעות בעיות ברמת קושי סבירה. אין טעם לפתור שאלה שרוב הסטודנטים היו יכולים לפתור בקלות בעצמם; אין טעם לפתור שאלה שרוב הסטודנטים לא יבינו גם לאחר שיראו את הפתרון.

כשאתם פותרים שאלות בכתה, ציינו מדי פעם בפני הסטודנטים מהי, לדעתכם, דרגת הקושי של השאלה (קל יותר לפתור שאלה קלה, כאשר יודעים שהיא קלה). אל תיצרו תחושה שכל השאלות קלות. הקפידו לגוון בבחירת התרגילים, ובעיקר ברמת הקושי שלהם.

זיכרו שאתם מהווים רשת בטחון לסטודנטים החלשים. אל תתעלמו מהם. השתדלו ליצור דיאלוג עם הכתה; בדרך כלל זה אפקטיבי יותר מאשר הצגה של בעיה ופתרון, בעיה ופתרון. בכתה יהיו מן הסתם סטודנטים חזקים; נסו לרמוז להם, בעדינות, שאתם לא מעוניינים לשמוע אותם בכל פעם, אלא רק כאשר השאלה קשה יחסית. אתם צריכים להכיר את הכתה - האם הקורס קשה מדי עבורם? האם האם מתקשים לראות 'בשביל מה צריך את כל זה'? לפעמים הסטודנטים לא מבינים את המרצה; מכיוון שתמיד יש חבר או שניים שמצבם גרוע יותר, הם מניחים שאין צורך להתאמץ. אתם צריכים להחזיר אותם אל המציאות מהר ככל האפשר.

נסו לאתר את הסטודנטים הטובים ביותר (ספרו עליהם למרצה), והגרועים ביותר (אולי הם צריכים את עזרתכם בשעות הקבלה).

זו שגיאה נפוצה להתייחס לשאלות הסטודנטים כאל מטרד, שצריך להפטר ממנו כדי להמשיך בשעור כמתוכנן. כל שאלה היא הזדמנות פז למקד את תשומת הלב בנקודה שלא הובהרה כראוי; לצד הגיבור ששאל, יש בדרך כלל כמה נוספים שאינם מבינים בדיוק את אותו הדבר, ואולי אינם יודעים מספיק אפילו כדי לנסח שאלה בעניין. למתרגל קשה לנחש מראש היכן יכולים הסטודנטים להתבלבל ולמעוד, ושאלות אקראיות הן מקור חשוב לתובנות כאלה. אל תמשיכו בשעור בלי לוודא שאתם הבנתם את השאלה, ושהסטודנטים הבינו את התשובה.

השתדלו לפתור בעיות ממבחנים של שנים-עברו, במיוחד במחצית השניה של הקורס. תנו לסטודנטים לדעת כי מדובר בשאלה ממבחן.

כדי לחדד נושאים קשים, הפנו את תשומת הלב בכל הזדמנות להבדלים בין מושגים דומים. הדגישו את הטריכוטומיה לכל-קיים-מסויים; כל משתנה בכל משפט לוגי מכומת על-ידי אחד מן השלושה האלה: או שהטענה נכונה **לכל**  $x$ , או **שקיים**  $x$  שעבורו היא

נכונה, או שהיא מתייחסת ל- $x$  מסויים שהוזכר בטענה קודמת. טענה שבה  $x$  מופיע ללא ציון אחד מאלה היא חסרת משמעות: משתנים אינם יכולים להוולד ללא כמת. אפשר להסביר שיעור גבוה להדהים של שגיאות במבחנים, בכך שהתלמידים לא הפנימו עובדה זו.

עשו מאמץ לנכש שגיאות מדף התרגיל לפני שאתם מפיצים אותו לסטודנטים. גם טעויות פעוטות-ערך, שאתם יכולים לתקן בקלות, יכולות לתסכל סטודנט שאינו בטוח בעצמו.

## 6 הכנת השעור

יש מתרגלים שמכינים את כל השאלות והפתרונות מראש, ובכתב. היתרון הוא שכך החומר נשמר לשנה הבא (מי יודע, אולי תתרגלו את אותו קורס), ויורד הסיכון להתקע ללא תשובות מול כתיבת הממתינה למוצא פתרון. החסרון הוא ששיטה זו דורשת השקעת זמן רב, שעלול לבוא על-חשבון המחקר או הלימודים שלכם, ואף על חשבון הזמן שאתם מקדישים למחשבה על תוכן שעור התרגיל. חסרון נוסף הוא שזה מקבע את התוכן, ומקשה עליכם להיות קשובים לצרכי הכיתה.

מתרגלים אחרים מתכננים מראש אלו בעיות הם מתכוונים לפתור בשעור, ופותרים אותן יחד עם הכיתה. זוהי דרך טובה בתנאי שאתם שוקלים היטב מראש באיזו דרך לפתור כל תרגיל, ונמנעים מבזבוז זמנם של הסטודנטים בהצגת חלקי פתרונות ושיפור המתמשך תוך-כדי השעור.

את התרגילים אפשר לאסוף מכמה מקורות: המחברת שממנה אתם למדתם, ספרים, תרגילים שכתבו מתרגלים אחרים (כדאי תמיד לברר מי תרגל את הקורס לפניכם), שיחות עם המרצה, מבחנים משנים קודמות. מותר גם להמציא תרגילים חדשים (מישהו מוכרח לעשות את זה).

אם אתם נתקלים בבעיות, התייעצו עם המרצה, עם מרצים אחרים, או עם מתרגלים ותיקים.

## 7 בדיקת תרגילים

פרט לחומר הלימוד עצמו, על הסטודנטים ללמוד כיצד לכתוב פתרון לשאלה (ובפרט - כיצד כותבים הוכחה). הנסיון בבדיקת מבחנים מראה שהסטודנטים חוזרים שוב ושוב (ושוב) על אותן שגיאות. מכאן אפשר להסיק שהצבעה על שגיאות שהם עושים היא מרכיב חשוב בתהליך הלימוד.

לרוע המזל, סיבות תקציביות מונעות לפעמים בדיקה מלאה של התרגילים ברוב הקורסים. הדגישו בפני הסטודנטים עד כמה חשוב לפתור באופן עצמאי תרגילים רבים ככל האפשר. אין דרך טובה יותר להבין את החומר; וכשמתקרב המבחן, פתרון עצמאי של מבחנים משנים קודמות יסייע מאד בהכנה לקראתו.

נסו לבחור (בשיתוף המרצה) דרך לסייע לסטודנטים לאתר שגיאות שהם עושים. למשל: בדיקת תרגילים מדגמית (מספר תרגילים בשלמותם, או שאלה אחת בכלם),

לפחות 3-4 פעמים במהלך הקורס. אולי יחליט המרצה לקיים בוחן או שניים. אפשר לנסות ולארגן בדיקה הדדית של חלק מהתרגילים (הסטודנטים מחליפים תרגילים ובודקים זה לזה), או אפילו למצוא מתנדבים בין הסטודנטים הטובים יותר, שיבדקו (פעם או פעמיים) מספר תרגילים במלואם. בכמה קורסים מצויים בידי המרצה מבחנים פתורים, או אף רשימה של פתרונות שגויים (שהמציאו הסטודנטים) לשאלות המבחן.