

תורת גלואה 88-311

פרופ' ע. וישנה

תש"ע, מועד ב'

ענו על ארבע מחמש השאלות. לכל השאלות משקל שווה.
משך המבחן. שעתיים וחצי (לאחר הארכה).
חומר עזר מותר בשימוש: אין.

1. (א) הגדר הרחבה נורמלית והרחבה ספרבילית של שדות.
(ב) נניח ש- G חבורת אוטומורפיזמים של שדה K . הוכח שההרחבה של K מעל שדה השבת K^G היא נורמלית וספרבילית.
2. מצא את שדה הפיצול E של $x^8 - 2$ מעל $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$. מה מימד ההרחבה? מצא (קבוצות יוצרים סופיות עבור) ארבעה שדות ביניים $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] \subset F \subset E$.
3. הוכח שאפשר לבנות במחוגה וסרגל את הזווית 168° .
4. מצא יוצר של ההרחבה $\mathbb{F}_9/\mathbb{F}_3$ שאינו יוצר את החבורה הכפלית \mathbb{F}_9^\times . כמה איברים כאלה יש בשדה? מצא את הפולינום המינימלי של כל אחד מהם.
5. מצא פולינום אי-פריק ש- $\mathbb{Q}[\sqrt{2}, \sqrt{5}]$ שדה הפיצול שלו.

בהצלחה.