

## הסתברות כללית למדעי המחשב, 89-262

פרופ' מ. שפס וד"ר ע. וישנה  
מועד א', תשס"ח

יש לענות על 5 מתוך 7 השאלות.  
משך המבחן: שעתיים וחצי (לאחר הארכה).  
חומר מותר בשימוש: דף עזר (מצורף).

1. בכד אחד יש כדור אדום ושני כדורים שחורים, ובשני, שני כדורים אדומים ואחד שחור. בוחרים באקראי (ובסיכויים שווים) אחד משני הכדים. דוגמים ממנו שני כדורים, בזה אחר זה, ללא החזרה. לכל תוצאה אפשרית, חשב את הסיכוי לכך שנבחר דווקא הכד הראשון. ענה על אותה שאלה כאשר הדגימה היא עם החזרה. איזו שיטה עדיפה?

2. חשב את הסיכוי לכך ש- $X$  יהיה זוגי, אם  $X$  מתפלג התפלגות פואסון,  $X \sim P(\lambda)$  (התשובה צריכה להיות פונקציה מפורשת של  $\lambda$ , אך ניקוד חלקי ינתן גם לתשובה שאינה כזו).

3. חשב את התוחלת של  $X(X-1)(X-2)$  כאשר  $X$  מתפלג  $\text{Bin}(n, p)$ .

4. משתנה  $X$  מתפלג מעריכית, עם תוחלת  $1/3$ , כלומר,  $P(X \leq t) = 1 - e^{-3t}$ . נגדיר משתנה חדש,  $Y = 1 + [X]$  (1 ועוד הערך השלם של  $X$ ). חשב את הסיכוי לכך ש- $Y = n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), והראה שהיחס  $q = \frac{P(Y=n+1)}{P(Y=n)}$  קבוע. מה התוחלת של  $Y$ ?

5. זורקים קוביה 18000 פעמים.

(א) מה הסיכוי שמספר ההופעות של 6 הוא לפחות 3098?

(ב) מה הסיכוי שמספר ההופעות של 4 גדול ממספר ההופעות של 1 ביותר מ-80?

6. (א) למשתנה מקרי  $X$  יש תוחלת  $\mu$ . חסום לפי מרקוב את  $P(X \geq 5\mu)$ .

(ב) לאותו משתנה יש שונות  $\mu^2$ . שפר את החסם על-פי צ'ביצ'ב.

(ג) המשתנה מתפלג מעריכית, עם צפיפות  $f_X(t) = \frac{1}{\mu} e^{-t/\mu}$  (ולכן יש לו תוחלת ושונות כאמור בסעיפים הקודמים). חשב את  $P(X \geq 5\mu)$ .

7. הסיכוי שירד גשם ביום כלשהו הוא 0.6 אם ירד גשם ביום הקודם, ו-0.2 אחרת. חשב את הסיכוי שביום נתון ירד גשם.

בהצלחה.